

RAMS

Reliability, Availability,
Maintainability, and Safety

FLYT1102 - Flyvedlikehold

Kurskompendium

Jørn Vatn

February 5, 2025 (to be updated)

Institutt for maskinteknikk og produksjon
NTNU - Norges Teknisk- Naturvitenskapelige Universitet

Forord

Dette kurskompendiet utgjør en del av kursmaterialet i kurset [FLYT1102 - Flyvedlikehold](#).

Kompendiet introduserer begreper, metoder og modeller vi benytter når vi skal analysere sikkerhets-, pålitelighets- og vedlikeholdsegenskaper til systemer og komponenter. På engelsk benyttes begrepet RAMS = Reliability, Availability, Maintainability and Safety.

Mange metoder krever innsikt i sannsynlighetsregning og bruk av statistikk. For studentene som tar kurset FLYT1102 vil sannsynlighetsregning og statistikk komme i et senere kurs. Derfor inneholder dette kurskompendiet også litt sannsynlighetsregning.

Det blir gitt noen øvingsoppgaver som kan løses delvis med Excel og/eller Python.

Trondheim, February 5, 2025

Jørn Vatn

Contents

Forord	i
1 Datastyrt vedlikeholdsstyringssystem	2
1.1 Introduksjon	2
1.2 Utstysregister	4
1.3 Arbeidsordremodul	4
1.4 Modul for forebyggende vedlikehold	5
1.5 Dokumentasjonsmodul	6
1.6 Analysemodul	6
2 Sannsynlighetsregning	7
2.1 Begreper	7
2.1.1 Mengdelære	7
2.1.2 Tilfeldig størrelse	8
2.1.3 Kumulativ fordelingsfunksjon	8
2.1.4 Overlevelsessannsynlighet	9
2.1.5 Sannsynlighetstetthet	9
2.1.6 MTTF	10
2.1.7 Varians	10
2.1.8 Standardavvik	11
2.1.9 Parametre	11
2.1.10 Effektiv feilrate	12
2.2 Teori	13
2.2.1 Mengdelære	13
2.2.2 Utfallsrom	13
2.2.3 Venndiagram	14
2.2.4 Sannsynlighet	15
2.2.5 Betinget sannsynlighet	16
2.2.6 Uavhengige hendelser	17
2.2.7 Basisregler	17

2.2.8	Oppdeling av utfallsrommet	17
2.2.9	Total sannsynlighet	17
2.3	Teori - II	19
2.3.1	Introduksjon	19
2.3.2	Sum av tilfeldige størrelser	19
2.3.3	Produkt	19
2.4	Fordelinger	20
2.4.1	Normalfordelingen	20
2.4.2	Ekspensialfordelingen	20
2.4.3	Weibullfordeling	21
3	Begreper	23
3.1	Innledning	23
3.2	Pålitelighet	23
3.3	Vedlikehold	24
3.4	Tilgjengelighet	25
3.5	Uttilgjengelighet	25
3.6	Usikkerhet	25
3.6.1	Risiko	26
3.6.2	Risikoregister	26
3.6.3	Barriere	28
3.7	Funksjon	28
3.8	Svikt og feil	29
3.9	Feilmode	29
3.10	Feilmekanisme	29
3.11	Feilårsak	30
4	Feiltreanalyse	31
4.1	Introduksjon	31
4.2	Resultat fra en feiltreanalyse	31
4.3	Trinn i en feiltreanalyse	32
4.4	Seriestructur	32
4.5	Parallelstruktur	32
4.6	Feiltresymboler	32
4.6.1	OG-port	33
4.6.2	ELLER-port	33
4.6.3	Basishendelse	33
4.7	Definisjon av problem og randbetingelser	34

4.8	Konstruksjon av feiltreet	34
4.9	Bestemmelse av minimale kuttmengder	35
4.10	Kvalitativ analyse av feiltrær	35
4.11	Kvantitativ analyse av feiltrær	36
4.12	Beregningsformler	36
4.12.1	Basishendelsessannsynlighet	36
4.13	$Q_0(t)$ = TOPP-hendelsesannsynlighet	37
4.14	Beregning av q_i -ene	42
4.14.1	Ikke-reparerbare komponenter	43
4.14.2	Reparerbare komponenter	44
4.14.3	Periodisk testede komponenter	44
5	Feilmode, effekt og kritikalitetsanalyse	45
5.1	Introduksjon	45
5.2	Grunnleggende spørsmål	45
5.3	Når brukes FMECA?	46
5.3.1	Hovedinnhold i analysen	46
5.4	Utfylling av skjema	46
5.4.1	FMECA skjema	46
5.4.2	Operasjonell tilstand	47
5.4.3	Funksjon	47
5.4.4	Feilmode	47
5.4.5	Eksempler på "mini"-FMECA	48
5.4.6	Feilmekanisme	49
5.4.7	Effekt av feil (konsekvens)	49
5.4.8	Risiko	49
5.4.9	Terrengbil	49
5.4.10	Funksjonsdiagram	50
5.4.11	Terrengbil - Komponenter	51
5.5	Funksjonsfeilanalyse - Traksjon	52
5.6	FMECA - Batteri	52
6	Pålitelighetsstyrt vedlikehold	55
6.1	Introduksjon til RCM	55
6.2	Viktige trinn i en RCM analyse	55
6.3	De vanligste trinnene i en RCM analyse	56
6.4	Utfordringer	56
6.5	Forenklinger	57

6.6	Hovedtrinn	57
6.6.1	Funksjonell feilanalyse (FFA)	57
6.6.2	Funksjonell feilanalyse (FFA)	57
6.6.3	Utvelgelse av kritiske enheter (MSI)	58
6.6.4	FMECA	59
6.7	RCM beslutningslogikk	60
7	MSG-3	63
7.1	Introduksjon	63
8	Vedlikeholdsoptimalisering	65
8.1	Innledende definisjoner	65
8.1.1	Sviktintensitet	65
8.1.2	Effektiv feilrate	66
8.1.3	Områder for bruk av vedlikeholdsoptimalisering	67
8.2	Motivasjonseksempel	68
8.2.1	Beskrivelse av motivasjonseksempel	68
8.2.2	Kostnadsfunksjon	68
8.2.3	Analytisk løsning	68
8.3	Intervalloptimalisering - Foreløpig generell modell	69
8.3.1	Grunnelementer i modellen	69
8.3.2	Intervalloptimalisering - Standardmodell	70
8.4	Effektiv feilrate	70
8.4.1	Hvordan finne effektiv feilrate?	70
8.4.2	Aldersbestemt utskifting/overhaling	71
8.5	Løsning av standardmodell	71
8.6	Prediktivt vedlikehold og PF-modellen	72
	Bibliography	76

Kapittel 1

Datastyrt vedlikeholdsstyringssystem

1.1 Introduksjon

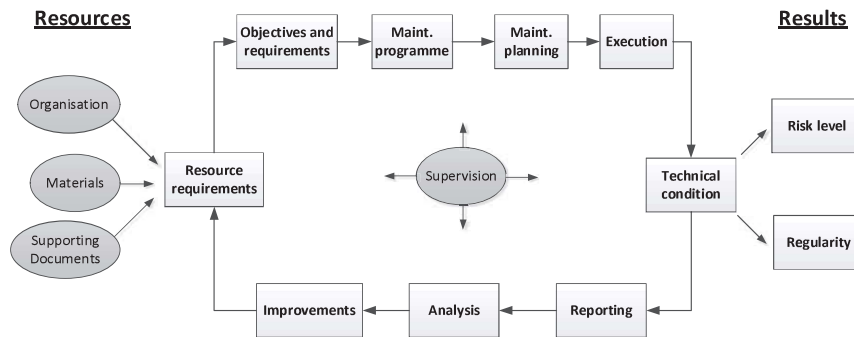
Et datastyrt vedlikeholdsstyringssystem (CMMS = Computerized Maintenance Management System) er programvare som sentraliserer vedlikeholdsinformasjon og letter prosessene for vedlikeholdsoperasjoner. Følgende avsnitt er hovedsakelig basert på [Pedersen \(2020\)](#). For å forstå målet med CMMS er det grunnleggende å forstå hva som er vedlikeholdsstyring. Vedlikeholdsstyring er *alle aktiviteter i ledelsen som bestemmer vedlikeholdsmålene, strategiene og ansvarene, og implementering av dem på slike måter som vedlikeholdsplanlegging, vedlikeholdskontroll og forbedring av vedlikeholdsaktiviteter og økonomi*. Spesielt:

- Planlegge, planlegge og administrere vedlikehold for deler, kjøretøy og annet viktig utstyr
- Forutsi potensielle problemer og planlegge regelmessige vedlikeholdsoppgaver for å eliminere dem
- Med mer sanntidsdata er det mulig å effektivisere vedlikeholdsprosessen og gjøre den mer kostnadseffektiv

Et viktig aspekt ved vedlikeholdsstyring er å forstå vedlikeholdsstyringssløyfen som er avbildet i figur 1.1:

Kjernen i et CMMS er databasen. Den har en datamodell som organiserer informasjon om eiendelene og utstyret en vedlikeholdsorganisasjon må vedlikeholde, samt materialer og andre ressurser for å gjøre det. Hovedmålene med et CMMS er:

- Oppgi data for beslutning
- Organisere og administrere arbeidsordrer, det vil si oppgave som beskriver vedlikeholdsoppgaver som skal utføres



Figur 1.1: Vedlikeholdsstyringsløyfe NORSOK-Z008/HAVTIL

- Rapporter og dokumenter den tekniske tilstanden og vedlikeholdsaktivitetene som er utført
- Kontroller at vedlikeholdsstyringsløyfen i Figur 1.1 er “lukket”

Erfaring viser at et effektivt CMMS muliggjør lavere drifts- og vedlikeholdskostnader på grunn av

- Effektiv informasjonsinnhenting (oversikt over eiendeler)
- Effektiv plattform for kommunikasjon (Arbeidsordrer, reservedelshåndtering)

og mer eksplisitt økt tilgjengelighet av et anlegg eller system på grunn av

- Forebyggende vedlikehold akkurat i tide
- Lavere MLD (effektiv informasjonsinnhenting, effektiv kommunikasjon, effektiv reservedelsbestilling osv.)
- Lavere MRT på grunn av tilgang til dokumentasjon
- Lavere MDT

hvor MLD = gjennomsnittlig logistisk forsinkelse (Mean Logistic Delay), MRT = gjennomsnittlig aktiv reparasjonstid og MDT = gjennomsnittlig nedetid (Mean Down Time).

Viktige moduler i et CMMS er:

- *Utstysregister* - for registrering av bedriftens utstyr/eiendeler
- *Arbeidsordremodul* - for planlegging og utførelse av effektivt vedlikehold og modifikasjoner

- *Modul for forebyggende vedlikehold* - automatisk generering av arbeidsordrer basert på vedlikeholdsplan, tilstandsovervåking - varsler
- *Innkjøpsmodul* - håndtering av reservedeler,
- *Dokumentasjonsmodul* - for håndtering av tegninger, prosedyrer og annen informasjon.
- *Analysis module* - for håndtering av statistiske data om feil, gjenværende nyttig levetidsprediksjon etc.

1.2 Utstysregister

Komponentene registreres med et nummer i et hierarkisk system. Komponentene blir et individuelt objekt med en historie og informasjon knyttet til seg. (NORSOK Z-DP-002). Typisk informasjon i utstysregisteret for et objekt er:

- Størrelser, kapasiteter, drifts- og vedlikeholdshåndbøker
- Plassering i anlegget
- Program for forebyggende vedlikehold
- Dokumentasjon
- Reservedeler

1.3 Arbeidsordremodul

Arbeidsordremodulen er et register over jobber som er planlagt og pågår i et anlegg. Det er viktig å få jobber prioritert og gjort på riktig måte, av dyktig personell som bruker nødvendige metoder og prosedyrer.

- Jobber er beskrevet i individuelle arbeidsordrer med et uavhengig nummer og, veldefinert omfang, liste over aktiviteter med manntimer beskrevet, liste over reservedeler og verktøy som trengs, hvordan man utfører inspeksjon, hva som skal rapporteres, tidsplan etc.
- Gode jobbinstruksjoner er avgjørende, de skal være detaljerte nok til å få jobben utført i henhold til kravene. Oppgaveanalyse anbefales ofte for å utvikle gode stillingsbeskrivelser.
- Inkluder personene som skal gjøre arbeidet skriftlig, og skisser arbeidsordren hvis mulig.

Bestillingskontroll er også et viktig aspekt, det vil si hvem som har myndighet til å bestille arbeid og definere omfanget. Systemet vil bare tillate enkelte personer å autorisere arbeid og bruk av ressurser. En arbeidsordre skal beskrive planen for gjennomføring av arbeidet:

- Tidsramme for jobben
- Personellmengde og type som trengs
- Når må aktiviteter skje i tide, det vil si et tidsintervall for utførelse

En arbeidsordre må også ha en avslutningsrapport, det vil si spesifikasjon av:

- Tid brukt
- Hva er gjort
- Oppdaterte tegninger - Som bygget
- Fremragende arbeid
- Overleveringsrapporter, signerte sjekklister
- Viktige funn for kontinuerlig forbedring

1.4 Modul for forebyggende vedlikehold

Hovedformålet med forebyggende vedlikeholdsmodul er å administrere planlagt vedlikehold. Modulen for forebyggende vedlikehold skal kunne generere arbeidsordrer automatisk basert på vedlikeholdsplan, for eksempel etablert av pålitelighetsstyrt vedlikehold (RCM). Ytterligere alarmlister fra systemet for tilstandsovervåking skal også kunne generere automatiske arbeidsordrer for forebyggende vedlikehold. En veldefinert arbeidsordre for forebyggende vedlikehold inneholder:

- Arbeidsbeskrivelse
- Prosedyrer - krav
- En liste over verktøy som trengs
- En liste over reservedeler
- Plan -tid, ressurser, arbeidskraft etc.
- Rapportkrav, sjekklister

1.5 Dokumentasjonsmodul

Dokumentasjonsmodulen skal sikre enkel tilgang til dokumentasjon:

- Vær oppmerksom på er dokumentasjonen oppdatert og gyldig? Er det til å stole på?
- Kan lagre bilder, videoer, papirbasert informasjon
- Kan trekke ut informasjon på nettet
- Enkel henting
- Effektiv måte å kommunisere på

1.6 Analysemodul

Hovedformålet med analysemodulen er å støtte de kontinuerlige forbedringsprosessene, og det refereres til *Analyse/Forbedring* i figur 1.1. Av spesiell interesse er å gjennomgå feil, direkte feilårsaker og rotårsaker. Det er også viktig å kunne estimere ytelsesmålinger som:

- Feilfrekvenser og feilfrekvensfunksjonen
- PF-intervall
- MDT
- MLD
- MRT
- Tilgjengelighet

Kapittel 2

Sannsynlighetsregning

Begrepet sannsynlighet benyttes for å uttrykke usikkerhet knyttet til hendelser og verdier på tilfeldige størrelser. Dersom vi kjenner den kumulative fordelingsfunksjonen for en tilfeldig størrelse, f.eks. T lik levetiden til en komponent gitt i dager, kan vi enkelt finne f.eks. $\Pr(T > 100 \text{ dager})$ = Sannsynligheten for at levetiden er større enn 100 dager.

I denne leksjonen skal vi se på noen vanlige sannsynlighetsfordelinger slik som normalfordelingen, eksponensialfordelingen, og Weibullfordelingen.

Vi skal også se på fordelingen til en sum og et produkt av to eller flere tilfeldige størrelser.

2.1 Begreper

2.1.1 Mengdelære

Mengdelære er en gren av matematikken hvor begrepet mengde har fått en sentral plass. Med en mengde menes en samling elementer, som kan være virkelige eller tenkte. Eksempler på elementene er tall, symboler for tall eller hendelser. Mengder betegnes vanligvis med store bokstaver A, B, C osv, og de tilhørende elementer blir i regelen stilt etter hverandre atskilt med komma innenfor en klammeparentes $\{ \}$, som i mengdelæren ofte kalt mengdeparentes. Eksempel: $A = \{ \spadesuit D, \clubsuit D, \heartsuit D, \diamondsuit D \}$; leses: A er mengden av (kortene) $\spadesuit D, \clubsuit D, \heartsuit D$ og $\diamondsuit D$.

Sannsynligheter benyttes for å uttrykke usikkerhet mht om hendelser inntreffer eller ikke. En sannsynlighet er et tall som angir grad av tro om hendelsen inntreffer eller ikke. Vi benytter notasjonen $\Pr(\{\text{Hendelse}\})$ for å angi sannsynligheten for hendelsen, f.eks. $\Pr(\{\text{det regner i morgen}\}) = 0.1$ betyr at vi anser det for 10% sannsynlig at det vil regne i morgen.

Sannsynligheter fastsettes bl. annet ved:

- Analyse av statistiske data
- Ekspertvurderinger og symetribetraktninger

- Fysiske modeller, f eks vær-prognoser
- Regler for sannsynlighetsregning / Monte Carlo Simuleringer

2.1.2 Tilfeldig størrelse

En tilfeldig størrelse (stokastisk variabel), er en størrelse som vi ikke vet hvilken verdi vil ta. Selv om vi ikke kan forutsi verdien til en tilfeldig størrelse, kan vi si noe om de stokastiske egenskapene, dvs gi sannsynlighetsutsagn om størrelsen.

Mens hendelser kan inntreffe, evt ikke inntreffe (binær situasjon), kan tilfeldig størrelse ta *mange* ulike verdier. Vi bruker store bokstaver for å betegne tilfeldige størrelser. Eksempler på tilfeldige størrelser er:

- Mengde nedbør neste døgn
- Levetid til en lyspære
- Nedetid før lyspæren er skiftet

2.1.3 Kumulativ fordelingsfunksjon

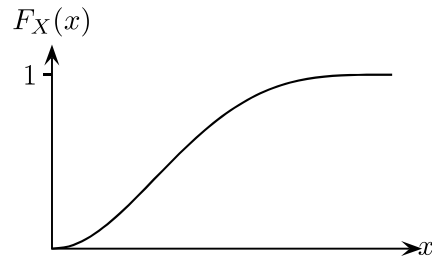
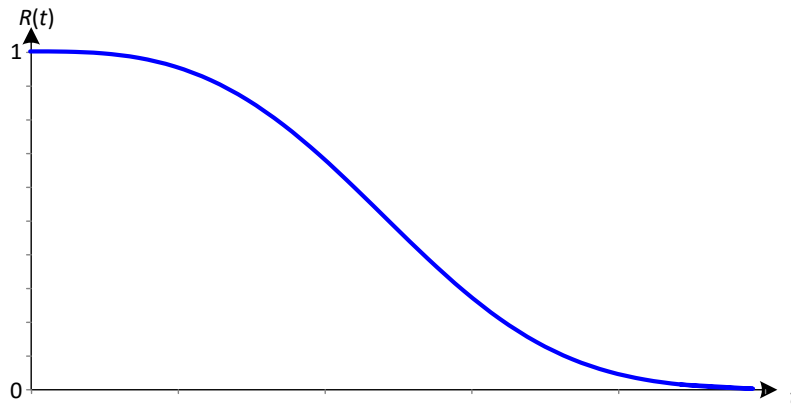
Den kumulative fordelingsfunksjonen angir sannsynligheten for at en tilfeldig størrelse X er lavere eller lik en tallverdi x , f eks $x = 50$. X kan her være minutter en flytur tar, og X er levetiden til en kritisk komponent. I noen fremstillinger betegnes den kumulative fordelingsfunksjon for S-kurven. På engelsk benyttes begrepet 'cumulative distribution function' (CDF). Matematisk uttrykkes fordelingsfunksjonen ved:

$$F_X(x) = \Pr(X \leq x) \quad (2.1)$$

Figur 2.1 viser en typisk kumulativ fordelingsfunksjon. Merk at funksjonen er strengt voksende og $0 \leq F_X(x) \leq 1$. Fra $F_X(x)$ kan vi finne sannsynligheten for at X er inneholdt i et intervall, $[a, b)$ ved:

$$\Pr(a < X \leq b) = F_X(b) - F_X(a) \quad (2.2)$$

Merk at vi bruker *STORE* bokstaver om den tilfeldige størrelsen, mens vi bruker *små* bokstaver om konkrete verdier. Når vi skriver $F_X(x) = \Pr(X \leq x)$ søker vi sannsynligheten for at den tilfeldige størrelsen X (f eks varigheten til prosjektet) er mindre eller lik tallverdien x , f eks $x = 50$ minutter.

Figur 2.1: Kumulativ fordelingsfunksjon, $F_X(x)$ 

Figur 2.2: Overlevelsessannsynlighet

2.1.4 Overlevelsessannsynlighet

Overlevelsessannsynligheten angir sannsynligheten for at en tilfeldig størrelse T er større enn en verdi t . Matematisk uttrykkes overlevelsessannsynlighet ved

$$R(t) = \Pr(T > t) = 1 - F_T(t) \quad (2.3)$$

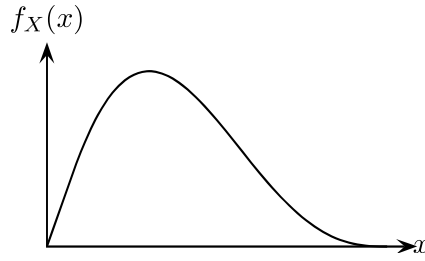
Figur 2.2 viser et eksempel på en overlevelsessannsynlighet hvor y-aksen angir $R(t)$ som funksjon av t .

Vi har her innført bokstaven T i stedet for X fordi vi snakker om *tid*.

2.1.5 Sannsynlighetstetthet

Sannsynlighetstettheten svarer til et histogram dersom vi kan observere realisasjoner av den tilfeldige størrelsen, dvs få tilgang på et statistisk materiale. Sannsynlighetstettheten visualiserer forventningsverdien og spredningen i fordelingen bedre enn S-kurven. På engelsk benyttes begrepet probability density function (PDF). Matematisk uttrykkes sannsynlighetstettheten ved $f_X(x)$. Figur 2.3 viser et eksempel på en sannsynlighetstetthet hvor y-aksen angir $f_X(x)$ som funksjon av x . For hver x -verdi i Figur 2.3 kan $f_X(x)$ bli tolket som sannsynligheten for at X

faller i et lite intervall rundt x dividert på lengden av intervallet.



Figur 2.3: Sannsynlighetstetthet, $f_X(x)$

Forventningsverdien til en tilfeldig størrelse X er gjennomsnittsverdien den vil anta dersom vi gjennomfører et tilfeldig forsøk (uendelig) mange ganger. Vi kan også betrakte forventningsverdien som tyngdepunktet i sannsynlighetstettheten. Forventningsverdien til X betegnes $E[X]$ og uttrykkes matematisk ved:

$$E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_X(x) dx \quad (2.4)$$

Dersom vi betrakter størrelser som kun kan ta positive verdier, kan vi ofte lettere finne forventningsverdien til en tilfeldig størrelse T ved:

$$E[T] = \int_0^{\infty} [1 - F_T(t)] dt = \int_0^{\infty} R(t) dt \quad (2.5)$$

2.1.6 MTTF

MTTF angir midlere tid til svikt (eng: Mean Time To Failure), og er for en levetid T gitt ved:

$$\text{MTTF} = E[T] = \int_0^{\infty} R(t) dt \quad (2.6)$$

2.1.7 Varians

Variansen til en tilfeldig størrelse angir variasjonen i verdien X dersom vi gjentar et tilfeldig forsøk (uendelig) mange ganger. Vi kan også betrakte variansen som treghetsmomentet rundt forventningsverdien. Variansen til X betegnes $\text{Var}(X)$ og uttrykkes matematisk ved:

$$\text{Var}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - E[X])^2 \cdot f_X(x) dx \quad (2.7)$$

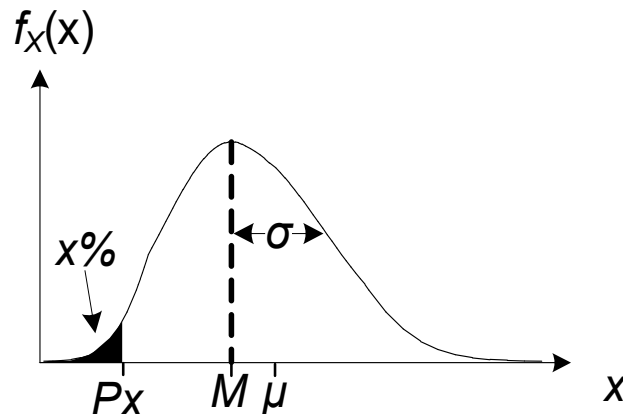
2.1.8 Standardavvik

Standardavviket, $SD(X)$, er den positive kvadratroten av variansen, og angir et direkte spredningsmål i samme måleenhet som den tilfeldige størrelsen X .

2.1.9 Parametre

Parametere som beskriver tilfeldige størrelser:

- Percentiler, dvs $P_1, P_{10}, P_{50}, P_{90}, P_{99}$
- Mest sannsynlige verdi (M)
- Laveste verdi (L)
- Høyeste verdi (H)
- Forventet verdi (expected value, mean) ($\mu = E[X]$)
- Standardavvik ($\sigma = SD(X)$)
- Varians ($\sigma^2 = \text{Var}(X)$).



Figur 2.4: 5

Sviktintensiteten uttrykker den betingede sannsynligheten for at en enhet som fortsatt fungerer svikter i et lite tidsintervall. Vi benytter notasjonen $z(t)$ for å uttrykke sviktintensiteten. Sviktintensiteten kan uttrykkes ved hjelp av sannsynlighetstettheten og overlevelsessannynligheten ved følgende relasjon:

$$z(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Pr(t \leq T < t + \Delta t | t > T)}{\Delta t} = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{f(t)}{1 - F(t)} \quad (2.8)$$

Merk at vi fra denne ligningen kan skrive

$$z(t)\Delta t \approx \Pr(t \leq T < t + \Delta t | t > T) \quad (2.9)$$

som betyr at sviktintensiteten multiplisert med lengden av et kort tidsintervall, $[t, t + \Delta t]$, er tilnærmet lik sannsynligheten for at enheten svikter i intervallet, gitt at den fortsatt lever ved tidspunkt t .

Merk at vi også kan fortolke sviktintensiteten som den *betingede* sannsynligheten for svikt i et lite tidsintervall gitt at enheten har overlevd tiden t , og så dividert på lengden av dette intervallet.

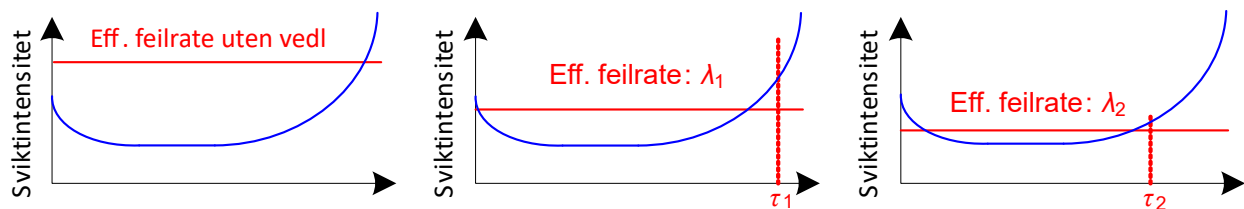
Figuren nedenfor viser et eksempel på en sviktintensitet hvor $z(t)$ først er avtagende (barnesykdomer), deretter rimelig konstant før den igen stiger på grunn av aldring.

Ofte betegnes sviktintensiteten for badekarskurven ut fra den karakteristiske formen vist i figuren.

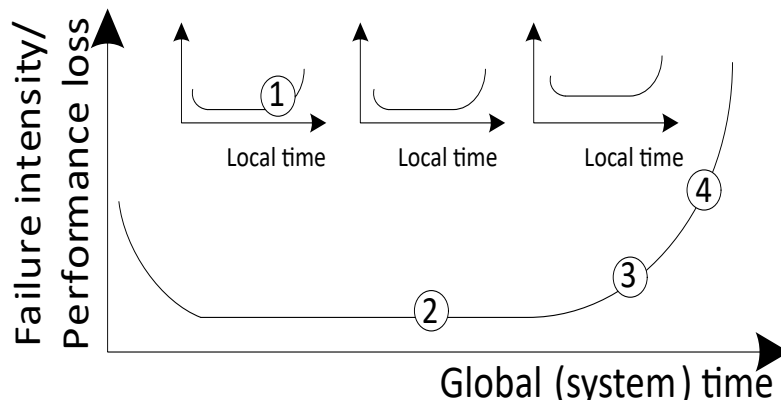
2.1.10 Effektiv feilrate

Effektiv feilrate, $\lambda_E(\tau)$, er forventet antall svikt per tidsenhet (ubetinget feilrate) som funksjon av vedlikeholdsintervallet τ . Hvordan vi resonnerer rundt effektiv feilrate avhenger av situasjonen vi har. Den enkleste situasjoner er hvor vi har en komponent som har økende sviktintensitet, $z(t)$. Dersom vi ikke foretar forebyggende utskifting (til venstre i figuren under), og skifter enheten ved svikt, vil vi sitte igjen med en relativt høy effektiv feilrate. Dersom vi bytter enheten med en ny med tidsintervall τ_1 (i midten i figuren under), vil vi kunne kvitte oss med litt av høyre del av badekarskurven, og få en litt lavere effektiv feilrate. Dersom vi korter enda mer ned på intervallet, f.eks til tidsintervall τ_2 (til høyre i figuren), får vi en enda lavere effektiv feilrate.

- Lokal tid benyttes for komponenter. Vi ønsker å estimere parametre i *levetidsfordelinger*



Figur 2.5: Effektiv feilrate



Figur 2.6: Lokal og global badekarskurve

- Global tid er for systemer. Vi ønsker å se om det er trend i intensiteten av svikt over tid

2.2 Teori

2.2.1 Mengdelære

Mengdelære er en gren av matematikken hvor begrepet mengde har fått en sentral plass. Med en mengde menes en samling elementer, som kan være virkelige eller tenkte. Eksempler på elementene er tall, symboler for tall eller hendelser.

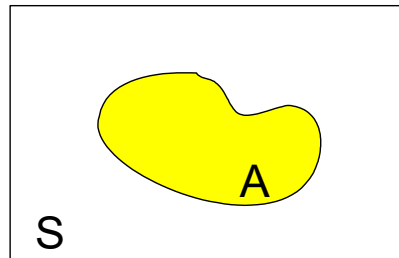
Mengder betegnes vanligvis med store bokstaver A, B, C osv., og de tilhørende elementer blir i regelen stilt etter hverandre atskilt med komma innenfor en klammeparentes , som i mengdelæren ofte kalt mengdeparentes. Eksempel: $A = \{\spadesuit D, \clubsuit D, \heartsuit D, \diamondsuit D\}$; leses: A er mengden av (kortene) $\spadesuit D$, $\clubsuit D$, $\heartsuit D$ og $\diamondsuit D$. Ønsker man å gi uttrykk for at kortet $\clubsuit D$ er element i mengden A, kan man bruke elementsymbolet, $\in$, og skrive $\clubsuit D \in A$, som leses $\clubsuit D$ er element i A. Kortet $\clubsuit 4$ er ikke element i A, og dette skrives: $\clubsuit 4 \notin A$.

2.2.2 Utfallsrom

Selv om vi ikke med sikkerhet kan si noe om fremtiden, vil vi kunne si noe om mulige utfall. Mengden av mulige utfall betegnes utfallsrommet, og vi benytter symbolet S (fra engelsk: Sample space).

Eksempler på utfallsrom for ulike situasjoner:

- Levetid til en lyspære: $S = \{\text{mengden av positive reelle tall}\}$
- For et terningkast er utfallsrommet $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$



Figur 2.7: Mengde A i utfallsrommet S

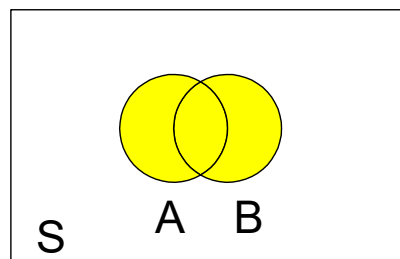
- Dersom vi trekker et kort fra en kortstokk er utfallsrommet $S = \{\clubsuit 1, \clubsuit 2, \dots, \clubsuit K, \spadesuit 1, \dots, \heartsuit K\}$

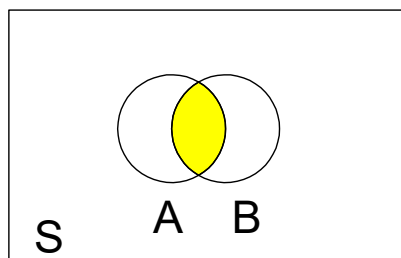
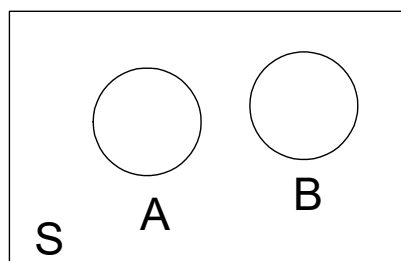
2.2.3 Venndiagram

Venndiagram er hensiktsmessig når vi vil se på delmengder av utfallsrommet. Vi tegner hele utfallsrommet som et rektangel, og så tegner vi de mengder vi vil betrakte som lukkede kurver, f.eks. en sirkel eller en ellipse.

Unionen av to mengder A og B betegner de enkeltutfall som inngår i A eller B eller (A og B). Vi skriver $A \cup B$ for å betegne unionen mellom mengdene. La A være mengden av alle sorte kort i en kortstokk, og B være mengden av alle konger. $A \cup B$ er da mengden som består av alle sorte kort pluss ruter og hjerter konge. Figuren nedenfor viser unionen av to mengder i et venndiagram:

Snittet av to mengder A og B betegner de enkeltutfall som inngår i både A og B . Vi skriver $A \cap B$ for å betegne snittet mellom mengdene. La A være mengden av alle sorte kort i en kortstokk, og B være mengden av alle konger. $A \cap B$ er da mengden som består av kløver konge og spar konge. Figuren nedenfor viser snitt av to mengder i et venndiagram: A og B sies å være disjunkte dersom de ikke finnes noen enkeltutfall som inngår i både A og B , dvs $A \cap B = \emptyset$ = den tomme mengde. Figuren nedenfor viser to disjunkte mengder i et venndiagram: B sies å være

Figur 2.8: $A \cup B$

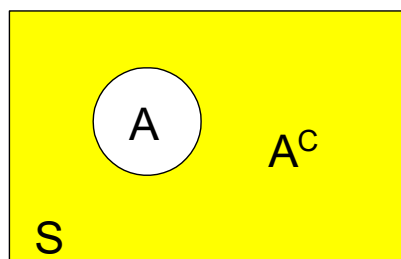
Figur 2.9: $A \cap B$ 

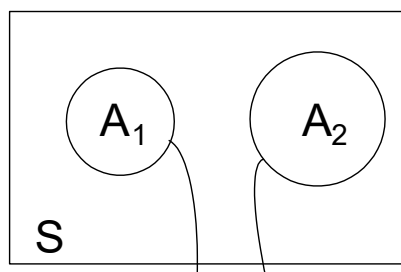
Figur 2.10: Disjunkte mengder A og B

komplementærmengden til A dersom B inneholder de enkeltutfall som ikke inngår i A . Vi skriver A^c for å betegne komplementærmengden til A .

2.2.4 Sannsynlighet

Sannsynlighet er en mengde-funksjon $\Pr(\cdot)$ som avbilder hendelser A_1, A_2 , ned på tall-linja. Funksjonen $\Pr(\cdot)$ kan kun ta verdier i intervallet fra 0 til 1, dvs sannsynligheter må være større eller lik 0, og mindre eller lik 1. S (= Sample space) betegner her utfallsrommet, dvs at A_1, A_2 er delmengder av utfallsrommet.

Figur 2.11: A^c er komplementærhendelse til A



Figur 2.12: Avbildinger av hendelser på tall-linja

I dette kurset benyttes bokstavene $\Pr$ for å reflektere det engelske ordet *PRobability*. I noen lærebøker benyttes kun bokstaven P om sannsynlighet. Eksempel: A_3 = Får en 6-er ved terningkast = Hendelse. $\Pr(A_3) = \Pr(\text{Får en 6-er ved terningkast}) = 1/6$.

2.2.5 Betinget sannsynlighet

I en del situasjoner vil sannsynligheten for en hendelse A endre seg dersom vi får ny informasjon om en relatert hendelse B . I slike situasjoner innfører vi begrepet betinget sannsynlighet, og skriver $\Pr(A|B)$ = Den betingete sannsynligheten for at A skal inntreffe gitt at hendelse B har inntruffet. Vi benytter en vertikal strek, $|$, for å angi hendelsen vi betinger på, og vi leser $A|B$ som “ A gitt B ”.

Eksempel 2.1

Dersom R er hendelsen at det vil bli regn i morgen, og B er hendelsen at vi er i Bergen, så er $\Pr(R|B) > \Pr(R)$.

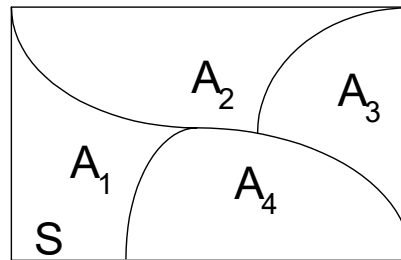
Eksempel 2.2

Dersom F er hendelsen at prosjektet blir forsinket, og A er hendelsen at det blir en arbeidskonflikt, så er $\Pr(F|A) > \Pr(F)$.

Eksempel 2.3

Dersom S er hendelsen at en komponent svikter, og D er hendelsen at vedlikeholdsstyringen i virskomheten er dårlig, så er $\Pr(S|D) > \Pr(S)$.

Det er i mange situasjoner lettere å angi sannsynligheten for en hendelse dersom vi vet om en annen hendelse inntreffer eller ikke. Vi vil senere se på hvordan dette kan benyttes for også si noe om den ubetingede sannsynligheten for hendelsen vi er opptatt av.



Figur 2.13: 14

2.2.6 Uavhengige hendelser

Hendelsene A og B sies å være (stokastisk) uavhengig dersom informasjon om at B har inntruffet ikke påvirker sannsynligheten for at A vil inntreffe, dvs $\Pr(A|B) = \Pr(A)$.

La $A = \text{Vi trekker } \spadesuit K$, og $B = \text{Vi får en 6-er i et terningkast}$. Det er åpenbart at $\Pr(A|B) = \Pr(A) = 1/52$, A og B er derfor uavhengige hendelser.

2.2.7 Basisregler

Følgende grunnleggende regler gjelder for sannsynlighetsregning:

- $\Pr(A \cup B) = \Pr(A) + \Pr(B) - \Pr(A \cap B)$
- $\Pr(A \cap B) = \Pr(A) \cdot \Pr(B)$ hvis A og B er uavhengig
- $\Pr(A^C) = \Pr(A \text{ ikke inntreffer}) = 1 - \Pr(A)$
- $\Pr(A|B) = \Pr(A \cap B) / \Pr(B)$

Husk $\cup = \text{OG/ELLER}$ mens $\cap = \text{OG}$. $C = \text{Komplementær}$.

2.2.8 Oppdeling av utfallsrommet

$A_1, A_2, \dots, A_r$ sies å være en oppdeling av utfallsrommet dersom unionen av alle A_i -ene dekker utfallsrommet, dvs $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_r = S$ og A_i -ene er parvis disjunkte, dvs $A_i \cap A_j = \emptyset$ for $i \neq j$. Ofte deler vi opp i kun to disjunkte hendelser, f eks $\{\text{det regner}\}$ og $\{\text{det regner ikke}\}$. Et annet eksempel er $\{\text{vi har en reserveenhet}\}$ og $\{\text{vi har ikke en reserveenhet}\}$.

2.2.9 Total sannsynlighet

Dersom $A_1, A_2, \dots, A_r$ er en oppdeling av utfallsrommet sier loven om total sannsynlighet at:

$$\Pr(B) = \sum_{i=1}^r \Pr(A_i) \cdot \Pr(B|A_i) \quad (2.10)$$

Det vil si at den ubetingede sannsynligheten for hendelsen B er en vektet sum av de betingede sannsynlighetene for B hvor vi betinger på ulike forhold. Ofte er det lettere å angi de betingede sannsynlighetene enn de ubetingede sannsynlighetene.

Eksempel 2.4

En spesiell komponent leveres fra to leverandører A_1 og A_2 . Erfaring har vist at komponenter fra leverandør A_1 har en defektsannsynlighet på 1%, mens komponenter fra leverandør A_2 har en defektsannsynlighet på 2%. I snitt leveres 70+% av komponentene fra leverandør A_1 . Anta at alle komponenter legges på et felles lager, og at vi ikke kan si hvilken leverandør en tilfeldig komponent på lageret kommer fra. Vi henter nå en tilfeldig komponent fra lageret. Sannsynligheten for at den er defekt, $\Pr(B)$, finnes ved:

$$\begin{aligned} \Pr(B) &= \sum_{i=1}^r \Pr(A_i) \cdot \Pr(B|A_i) = \Pr(A_1) \cdot \Pr(B|A_1) + \Pr(A_2) \cdot \Pr(B|A_2) = \\ &0.7 \cdot 0.01 + 0.3 \cdot 0.02 = 1.3\% \end{aligned} \quad (2.11)$$

Det vil si en veid sum av defektsannsynlighetene for hver leverandør, hvor vektene representerer andelen hver leverandør leverer.

Eksempel 2.5

En viktig underleverandør i et prosjekt ser ut til å kunne gå konkurs. La K betegne hendelsen at underleverandøren går konkurs, og la K^C betegne at underleverandøren ikke går konkurs. La F betegne hendelsen at prosjektet blir forsinket.

Vi ønsker å finne $\Pr(F)$. En direkte vurdering er vanskelig, men lettere om vi betinger på om det blir konkurs eller ikke:

Dersom underleverandøren går konkurs, vurderes det som 90% sannsynlig at prosjektet blir forsinket, dvs $\Pr(F|K) = 0.9$. Dersom underleverandøren ikke går konkurs, vurderes det som 20% sannsynlig at prosjektet blir forsinket, dvs $\Pr(F|K^C) = 0.2$. Sannsynligheten for at underleverandøren går konkurs vurderes som 40%, dvs $\Pr(K) = 0.4$ og $\Pr(K^C) = 0.6$.

Den totale (ubetingede) sannsynligheten for at prosjektet blir forsinket er gitt ved:

$$\Pr(F) = \Pr(K) \cdot \Pr(F|K) + \Pr(K^C) \cdot \Pr(F|K^C) = 0.4 \cdot 0.9 + 0.6 \cdot 0.2 = 48\% \quad (2.12)$$

Det vil si en veid sum av de to betingede sannsynlighetene for forsinkelse, hvor vektene repre-

senterer sannsynligheten for hhv konkurs og ikke konkurs.

2.3 Teori - II

2.3.1 Introduksjon

I dette avsnittet vil vi se på forventningsverdier og varianser til summer, produkter og maksimumsverdier.

2.3.2 Sum av tilfeldige størrelser

Dersom flere aktiviteter gjennomføres etter hverandre, vil vi være interessert i å finne forventning og varians til summen av disse. Det samme gjelder dersom vi har mange kostnadselementer og vi ønsker å finne forventning og varians til totalsummen.

La $X_1, X_2, \dots, X_n$ være tilfeldige størrelser. Forventning, varians og standardavvik til summen er nå gitt ved:

$$E(X_1 + X_2 + \dots + X_n) = E\left(\sum_{i=1}^n X_i\right) = \sum_{i=1}^n E(X_i) \quad (2.13)$$

$$\text{Var}(X_1 + X_2 + \dots + X_n) = \text{Var}\left(\sum_{i=1}^n X_i\right) = \sum_{i=1}^n \text{Var}(X_i) \quad (2.14)$$

$$\text{SD}(X_1 + X_2 + \dots + X_n) = \text{SD}\left(\sum_{i=1}^n X_i\right) = \sqrt{\sum_{i=1}^n [\text{SD}(X_i)]^2} \quad (2.15)$$

Kortversjonen av dette er at forventningsverdien til en sum er lik summen av forventningene, og variansen til en sum er lik summen av variansene.

Merk at reglene for forventning og standardavvik kun gjelder dersom størrelsene er stokastisk uavhengige. Ofte vil det være eksterne forhold som påvirker flere av de tilfeldige størrelsene vi analyserer. Dersom dette er tilfellet, vil størrelsene bli stokastisk avhengige. Dersom denne avhengigheten går “i samme retning”, vil variansen bli større enn angitt ovenfor. Dette er viktig å tenke på, selv om vi i dette kurset kun ser på uavhengige tilfeldige størrelser.

2.3.3 Produkt

Kostnader etableres ofte ved produkter av mengder og priser. Både mengder og priser vil ofte være tilfeldige størrelser.

La $X_1, X_2, \dots, X_n$ være *uavhengige* tilfeldige størrelser hvor vi kjenner forventning og varians. Forventningen til produktet er nå gitt ved:

$$E(X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \cdot X_n) = E\left(\prod_{i=1}^n X_i\right) = \prod_{i=1}^n E(X_i) \quad (2.16)$$

Uttrykket for varians blir mer komplisert så vi gjengir kun for situasjonen med to ledd:

$$\begin{aligned} \text{Var}(X_1 X_2) &= \text{Var}(X_1)\text{Var}(X_2) + \text{Var}(X_1)[E(X_2)]^2 + \text{Var}(X_2)[E(X_1)]^2 \\ &= (\sigma_1 \sigma_2)^2 + (\sigma_1 \mu_2)^2 + (\sigma_2 \mu_1)^2 \end{aligned} \quad (2.17)$$

og for standardavviket får vi

$$\begin{aligned} \text{SD}(X_1 X_2) &= \sqrt{\text{Var}(X_1)\text{Var}(X_2) + \text{Var}(X_1)[E(X_2)]^2 + \text{Var}(X_2)[E(X_1)]^2} \\ &= \sqrt{(\sigma_1 \sigma_2)^2 + (\sigma_1 \mu_2)^2 + (\sigma_2 \mu_1)^2} \end{aligned} \quad (2.18)$$

2.4 Fordelinger

2.4.1 Normalfordelingen

Normalfordelingen benyttes ofte når vi snakker om de store talls lov. Vi kan som regel tilnærme en sum av tilfeldige størrelser med normalfordelingen, så derfor er denne en hensiktsmessig fordeling i svært mange sammenhenger. Sannsynlighetstettheten er gitt ved:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.19)$$

hvor μ og σ er henholdsvis forventning og standardavvik i fordelingen.

2.4.2 Eksponensialfordelingen

Eksponensialfordelingen benyttes ofte for å beskrive levetider for komponenter som ikke er utsatt for aldring. La X være en tilfeldig størrelse som er eksponensialfordelt. Da er sannsynlighetstettheten til X gitt ved:

$$f_X(x) = \lambda e^{-(\lambda x)} \quad (2.20)$$

Den kumulative fordelingsfunksjonen til X er gitt ved:

$$F_X(x) = 1 - e^{-\lambda x} \quad (2.21)$$

hvor λ er den konstante sviktintensiteten i fordelingen. Forventning og varians er gitt ved:

$$E[X] = \frac{1}{\lambda} \quad (2.22)$$

$$\text{Var}(X) = \frac{1}{\lambda^2} \quad (2.23)$$

Sviktintensitet

Ekspensialfordelingen har konstant sviktintensitet, dvs $z(t) = \lambda = 1/\text{MTTF}$, hvor vi har innført t som argument fordi det er snakk om tid.

2.4.3 Weibullfordeling

Weibullfordelingen benyttes ofte for å beskrive levetider for komponenter som aldres. La X være en tilfeldig størrelse som er Weibullfordelt. Da er sannsynlighetstettheten til X gitt ved:

$$f_X(x) = \alpha \lambda (\lambda x)^{\alpha-1} e^{-(\lambda x)^\alpha} \quad (2.24)$$

Den kummulative fordelingsfunksjonen til X er gitt ved:

$$F_X(x) = 1 - e^{-(\lambda x)^\alpha} \quad (2.25)$$

hvor α og λ er parametre som beskriver fordelingen. α betegnes formparameter eller aldrigspareparameter, mens λ er en intensitetsparameter.

Forventning og varians er gitt ved:

$$E[X] = \frac{1}{\lambda} \Gamma\left(\frac{1}{\alpha} + 1\right) \quad (2.26)$$

$$\text{Var}(X) = \frac{1}{\lambda^2} \left(\Gamma\left(\frac{2}{\alpha} + 1\right) - \Gamma^2\left(\frac{1}{\alpha} + 1\right) \right) \quad (2.27)$$

hvor $\Gamma(\cdot)$ er gammafunksjonen. Gammafunksjonen finnes i MS Excel ved **=GAMMA(ett tall)**.

Sviktintensitet

Weibullfordelingen har sviktintensitet på formen: $z(t) = \alpha \lambda^\alpha t^{\alpha-1}$, hvor vi har innført t som argument fordi det er snakk om tid.

Sviktintensiteten er:

- Økende for $\alpha > 1$ (IFR=increasing failure rate)
- Avtagende for $\alpha < 1$ (DFR=decreasing failure rate)
- Konstant for $\alpha = 1$

Øvingsoppgaver**Oppgave 2.1 Betinget overlevelsessannsynlighet**

Betrakt en komponent hvor tid til svikt er eksponensialfordelt med MTTF = 10 000 timer.

- Hva er sannsynligheten for at komponenten overlever en flytur over Atlanterhavet som tar 10 timer?
- Hva er sannsynligheten for at en komponent som har overlevd 3 000 timer, vil overleve 10 timer. Hint: $\Pr(A|B) = \Pr(A \cap B) / \Pr(B)$.
- Hva er sannsynligheten for at en komponent som har overlevd 3 000 timer, ikke overlever flyturen på 10 timer.

Oppgave 2.2

Repetér oppgave 2.1, men anta nå at komponenten har Weibull-fordelt tid til svikt med aldringsparameter $\alpha = 3$. Hint 1: $\text{MTTF} = \Gamma(1 + 1/\alpha) / \lambda$. Hint 2: $\Gamma(1 + 1/\alpha) = \Gamma(4/3) \approx 0.893$. Sammenlign med oppgave 1.

Oppgave 2.3

Betrakt oppgave 2.2, men anta nå at komponenten har overlevd 7 500 timer før flyturen på 10 timer starter.

- Hva er nå sannsynligheten for at en svikt inntreffer under flyturen?
- Hva blir sannsynligheten dersom vi skifter ut komponenten og setter inn en ny komponent før flyturen?

Kapittel 3

Begreper

3.1 Innledning

Dette kapitlet introdusere de viktigste begrepene vi benytter i dette kurset. Noen av begrepene er knyttet direkte til vedlikehold mens noen begrep er mer generelle innenfor RAMS-området.

3.2 Pålitelighet

Pålitelighet defineres som *en enhets evne til å utføre en påkrevd funksjon, under gitte miljø- og operasjonelle betingelser for en gitt tidsperiode* Begrepet pålitelighet benyttes i ulike sammenhenger:

- Komponent- og systempålitelighet
 - Fokus i dette kurset, og vi vil se på:
 - Terminologi
 - Metoder og modeller
- Strukturpålitelighet
 - Last-styrke modeller
- Menneskelig pålitelighet
- Programvarepålitelighet

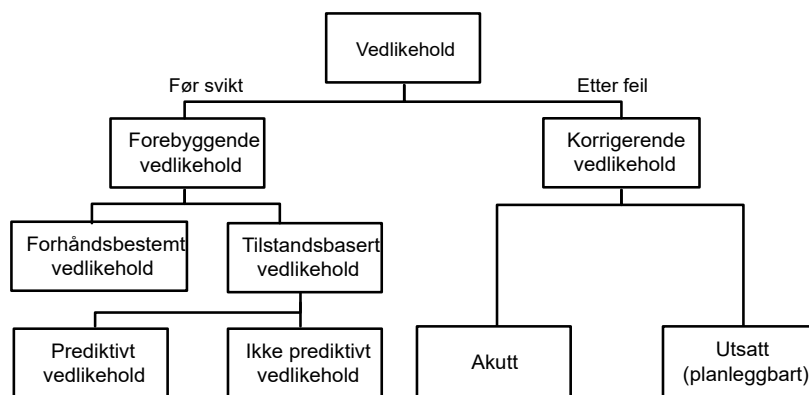
3.3 Vedlikehold

Vedlikehold defineres som *en kombinasjon av alle tekniske og administrative aktiviteter, inkludert ledelsesaktiviteter som har til hensikt å opprettholde eller gjenvinne en tilstand som gjør en enhet i stand til å utføre en krevd funksjon* Vi skiller mellom:

- **Forebyggende vedlikehold:** Vedlikehold som utføres for å vurdere og/eller minske degraderingen og redusere sannsynligheten for svikt i en enhet
- **Korrigerende vedlikehold:** Vedlikehold som utføres etter at en feil er funnet, og som har som formål å gjenopprette en enhet til en tilstand der den kan oppfylle krevd funksjon

For forebyggende vedlikehold skiller vi mellom:

- **Forhåndsbestemt vedlikehold:** Forebyggende vedlikehold som utføres i henhold til etablerte tidsintervaller eller antall bruksenheter, men uten forutgående tilstandsundersøkelser
- **Tilstandsbasert vedlikehold:** Forebyggende vedlikehold som omfatter vurdering av fysisk tilstand, analyse og mulige påfølgende vedlikeholdstiltak, hvor vi igjen skiller mellom:
 - *Prediktivt vedlikehold:* Tilstandsbasert vedlikehold som utføres etter en prognose utledet av gjentatt analyse eller kjente egenskaper og evaluering av de vesentlige parameterne for degradering av enheten
 - *Ikke prediktivt vedlikehold:* Tilstandsbasert vedlikehold hvor det ikke finnes en prognose for utvikling av degradering



Figur 3.1: Strukturering av vedlikeholdsbegreper

3.4 Tilgjengelighet

Tilgjengelighet defineres som *andelen av tiden en enhet er i stand til å yte krevd funksjon*. Vi kan alternativt fortolke tilgjengelighet som sannsynligheten for at enheten er i stand til å yte krevd funksjon ved et tilfeldig tidspunkt, eller ved et gitt tidspunkt. Dersom vi betrakter et gitt tidspunkt, ser vi på den tidsavhengige tilgjengeligheten.

Vi benytter symbolet A for å angi tilgjengelighet. En enkel formel for tilgjengelighet er:

$$A = \frac{\text{MTTF}}{\text{MTTF} + \text{MDT}} \quad (3.1)$$

hvor MTTF = Midlere tid til svikt, og MDT er midlere nedetid etter svikt.

3.5 Utilgjengelighet

Utilgjengelighet ble defineres som *andelen av tiden en enhet ikke er i stand til å yte krevd funksjon*. Vi kan alternativt fortolke utilgjengelighet som sannsynligheten for at enheten ikke er i stand til å yte krevd funksjon ved et tilfeldig tidspunkt, eller ved et gitt tidspunkt. En enkel formel for utilgjengelighet er:

$$U = 1 - A = \frac{\text{MDT}}{\text{MTTF} + \text{MDT}} \quad (3.2)$$

hvor MTTF = Midlere tid til svikt, og MDT er midlere nedetid etter svikt. Dersom vi multipliserer U med 8760 får vi hvor mange timer vi i gjennomsnitt ikke produserer per år. Dette gjelder for 24/7. Dersom vi bare produserer i normal arbeidstid multipliserer vi U med ca 1800 for å finne antall timer vi ikke produserer.

3.6 Usikkerhet

Usikkerhet defineres som manglende kunnskap om ytelsen til et system (analyseobjekt), og observerbare størrelser i særdeleshet - Vi vet ikke *sikkert* verdien observerbare størrelser vil ta. Eksempler:

- Den virkelige prosjektkostnaden i et prosjekt er *usikkerved* prosjektstart
- Det er *usikkert* om en viktig underleverandør går konkurs i løpet av prosjektet, dvs det er usikkerhet knyttet til denne hendelsen
- Det er *usikkert* om en komponent vil svikte eller ikke i løpet av vinteren
- Det er *usikkert* om stand-by pumpa vil starte dersom hovedpumpa svikter

- Det er *usikkert* om det blir en flyulykke med 50 eller flere dødsfall i løpet av neste år

Merk at vi her definerer usikkerhet ganske begrenset til konkrete forhold og hendelser som inngår i risikoanalysen. I andre presentasjoner, f.eks. NS5814 - Risikovurderinger, har man et langt bredere perspektiv på usikkerhet.

3.6.1 Risiko

Risiko defineres som *usikkerhet* knyttet til *forekomst* og *alvorlighet* av uønskede hendelser. For å operasjonalisere risikobegrepet sier vi ofte at risiko er svar på tre spørsmål:

- i) hva kan gå galt?
- ii) vil det gå galt, og i så fall
- iii) hva er konsekvensene hvis det går galt?

Svarene settes så sammen til et mål for risiko $R = \{< s_i, f_i, X_i >\}$ hvor

- s_i er et scenario/hendelse tilknyttet hva som kan gå galt,
- f_i et mål på usikkerhet om scenarioet/hendelsen vil inntreffe, og
- X_i er konsekvensen av hendelsen, konsekvensen kan være usikker

Vi benytter indeks i for å indikere at vi betrakter ett tema om gangen. Klammerparentesen angir at vi har mange slike uønskede hendelser eller scenarioer. Usikkerhet kan uttrykkes ved sannsynligheter

Eksempel 3.1

Vi skal ut å reise:

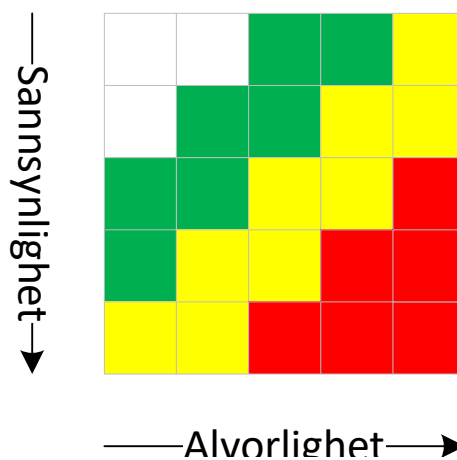
- i) hva kan gå galt? s_1 = Toget er forsinket til Gardermoen
- ii) hvor sannsynlig er det? f_1 = 5%
- iii) hva er konsekvensene? X_i = Vi når ikke flyet, må kjøpe ny billett til 1500 kroner

3.6.2 Risikoregister

- Et risikoregister er en tabell hvor man lister farer/uønskede hendelser sammen med sannsynlighet for, og konsekvens av en den uønskede hendelsen
- Et risikoregister er en viktig del av risikostyringen, hvor det knyttes tiltak, frister og ansvar opp mot elementene i risikoregisteret

- Elementene i et risikoregister kan synliggjøres i en risikomatrise

Figur 3.2 viser et eksempel på en risikomatrise. På den ene aksene vises sannsynligheten for at en uønsket hendelse inntreffer, og på den andre aksene vises konsekvensen av hendelsen dersom den inntreffer. Risikomatrisa deles inn i områder, og typisk representerer grønt område lav risiko, gult område middels risiko, og rødt område høy risiko. I noen sammenhenger fortolkes rødt område som uakseptabelt område, og et risikoreducerende tiltak er påkrevd. Hendelser, eller “risikoer” plottes i matrisa, ofte med et nummer, det vil si en identifikator fra risikoregisteret.



Figur 3.2: Risikomatrise

[Sikkerhetsforskriften](#) (jernbanevirksomhet), § 2-3 behandles enkeltfeilprinsippet, og kobling til barrieretenkning.

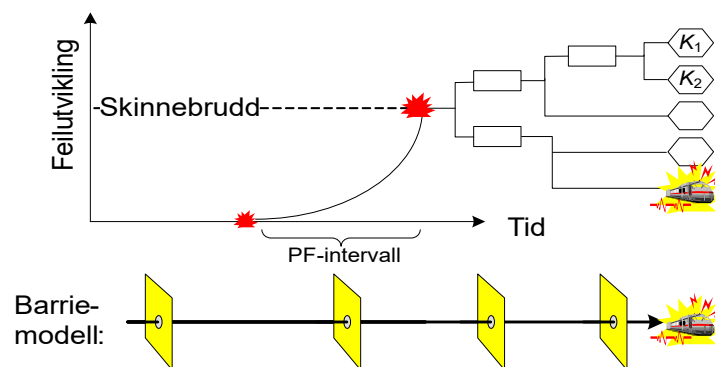
- Virksomheten skal planlegges, organiseres og utføres med henblikk på at en enkeltfeil ikke skal føre til en jernbaneulykke
- Jernbanevirksomheten skal ha barrierer som reduserer sannsynligheten for at feil, fare- og ulykkessituasjoner utvikler seg
- Barrierene skal være identifisert, og det skal være kjent i virksomheten hvilke barrierer som er etablert og hvilke funksjoner de skal ivareta
- Der det er nødvendig med flere barrierer, skal det være tilstrekkelig uavhengighet mellom barrierene

3.6.3 Barriere

Følgende definisjoner er hentet fra Havindustritilsynet (HAVTIL)

- **Barriere:** Tekniske, operasjonelle og organisatoriske elementer som enkeltvis eller til sammen skal redusere muligheten for at konkrete feil, fare- og ulykkessituasjoner inntreffer, eller som begrenser eller forhindrer skader/ulemper
- **Barriereelement:** Tekniske, operasjonelle eller organisatoriske tiltak eller løsninger som inngår i realiseringen av en barrierefunksjon
- **Barrierefunksjon:** Oppgaven eller rollen til en barriere. Eksempler på barrierefunksjoner er: Stoppe tog på kollisjonskurs (ATC), Kommunikasjon mellom lokfører og togledelse

Figur 3.3 viser en barrieremodell for skinner som benyttes i Bane NOR:



Figur 3.3: Barrieremodell for jernbaneskinner

3.7 Funksjon

Alle komponenter vi betrakter i dette kurset er designet for å utføre en eller flere funksjoner. For å beskrive funksjon benytter vi et verb pluss et substantiv:

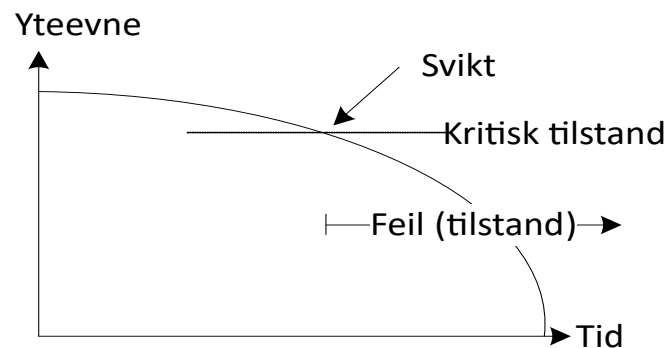
- Pumpe vann
- Stenge væskestrøm (ventil)
- Gi moment (motor)

3.8 Svikt og feil

Begrepet svikt defineres som tidspunktet hvor en enhet ikke lenger er i stand til å utføre krevd funksjon. Begrepet feil(tilstand) benyttes om en tilstand hvor en enhet ikke er i stand til å utføre krevd funksjon.

Merk forskjell på engelsk og norsk

- Failure = svikt (dvs tidspunkt/hendelse)
- Fault = feil(tilstand)



Figur 3.4: Yteevne over tid

3.9 Feilmode

Enhver komponent er konstruert for å utføre en eller flere funksjoner. Fravær av en slik funksjon kalles feilmode. Feilmoden angir hvordan fravær av funksjon arter seg når vi betrakter enheten sett utenfra:

- Total tap av funksjon (pumper ikke i det hele tatt)
- Redusert funksjon (pumper for lite)
- Feil funksjon (pumper i feil retning)

3.10 Feilmekanisme

Feilmekanismer relaterer seg til fysiske, kjemiske eller andre prosesser som forringer enheten, og leder til svikt

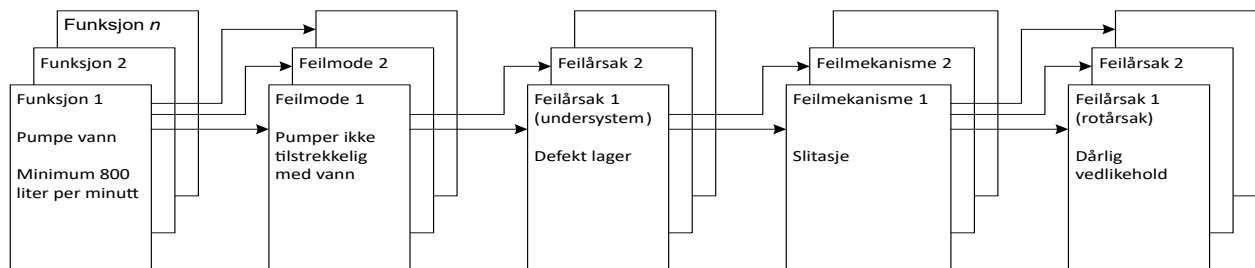
- Slitasje
- Korrosjon
- Kavitasjon
- Utmattning

3.11 Feilårsak

Feilårsak benyttes på to måter:

- Svikt på et lavere nivå, f eks defekt lager i ei pumpe
- Rotårsak, f eks dårlig vedlikehold, uhensiktsmessig design osv

Sammenheng mellom funksjon, feilmode, feilårsak og feilmekanisme



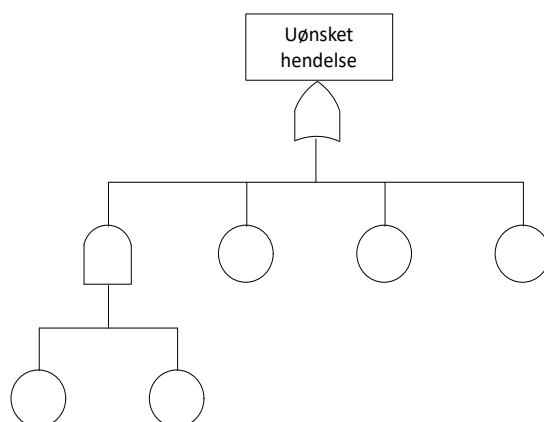
Figur 3.5: Strukturering av funksjon, feilmode, feilårsak og feilmekanisme

Kapittel 4

Feiltreanalyse

4.1 Introduksjon

Et feiltre er et logisk diagram som illustrerer sammenhengen mellom en uønsket hendelse i et system og årsakene til denne hendelsen. Feiltreanalysen er en systematisk analyse for å etablere slike sammenhenger. Vi bruker ofte forkortelsen FTA = Fault Tree Analysis.



Figur 4.1: Illustrasjon av et feiltre

4.2 Resultat fra en feiltreanalyse

De viktigste resultatene fra en feiltreanalyse er:

- Liste over mulige kombinasjoner av feil og forhold som medfører den uønskede hendelsen
 - Miljøfaktorer

- Menneskelige feilhandlinger
 - Normale hendelser
 - Komponentsvikt
- Sannsynlighet/frekvens av den uønskede hendelsen
- Liste over de mest betydningsfulle komponenter/hendelser

4.3 Trinn i en feiltreanalyse

En feiltreanalyse består av fem trinn:

1. Definisjon av problem og randbetingelser
2. Konstruksjon av feiltreet
3. Bestemmelse av minimale kuttmengder
4. Kvalitativ analyse av feiltreet
5. Kvantitativ analyse av feiltreet

4.4 Seriestruktur

En seriestruktur er en struktur hvor alle komponentene i strukturen må fungere for at strukturen skal fungere. Det betyr også at dersom en eller flere av komponentene svikter, vil strukturen (systemet) svikte. I et feiltre representeres en seriestruktur ved en ELLER port.

4.5 Parallelstruktur

En parallelstruktur er en struktur hvor det er tilstrekkelig at en av komponentene i strukturen må fungere for at strukturen skal fungere. Det betyr også at alle komponentene må være i feiltilstand for at strukturen (systemet) skal være i feiltilstand. I et feiltre representeres en parallelstruktur ved en OG port.

4.6 Feiltresymboler

Vi skiller mellom to typer symboler:

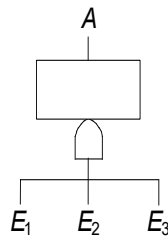
- Logiske porter som kobler sammen underliggende symboler

- Basishendelser (løvnoder i feiltreet)

Alle symboler i et feiltre må få et navn (identifikator). Symboler med samme navn representerer den fysiske samme hendelsen. Identiske, men forskjellige hendelser må gis forskjellig navn. Identiske basishendelser vil ha samme pålitelighetsdata, f.eks. feilrate.

4.6.1 OG-port

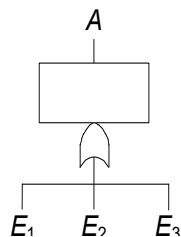
OG-porten indikerer at utgangshendelsen A inntreffer hvis alle inngangshendelsene E_i inntreffer. Rektanglet ovenfor selve symbolet benyttes for å gi tilleggsinformasjon. Figur 4.2 viser en OG-port.



Figur 4.2: OG-port

4.6.2 ELLER-port

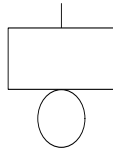
ELLER-porten indikerer at utgangshendelsen A inntreffer hvis minst en av inngangshendelsene E_i inntreffer. Rektanglet ovenfor selve symbolet benyttes for å gi tilleggsinformasjon. Figur 4.3 viser en ELLER-port.



Figur 4.3: ELLER-Port

4.6.3 Basishendelse

Figur 4.4 viser symbol for komponent i primær feiltilstand, oppstått under normal drift. Vi bruker også en basishendelse for å angi menneskelig feilhandling samt “normale” hendelser.



Figur 4.4: Basishendelse

4.7 Definisjon av problem og randbetingelser

Feiltreanalysen starter med å få en god forståelse av hva som skal analyseres, dvs:

- Definisjon av den uønskede hendelsen (TOPP-hendelsen), f eks:
 - Ulykke
 - Produksjonsstans
 - Havari
 - Hjelpespørsmål for å definere "TOPP"-hendelsen
 - * *Hva*: F eks brann
 - * *Hvor*: I kontrollrom
 - * *Når*: Under normal drift
- Definisjon av randbetingelsene for analysen

4.8 Konstruksjon av feiltreet

Å tegne selve feiltreet følger en systematisk tilnærming:

- Start med “TOPP”-hendelsen
- Spør hvilke hendelser som er de direkte årsaker til “TOPP”-hendelsen
- Kople disse sammen med en OG/ELLER-port

- Hver av hendelsene behandles nå på samme måte, og man arbeider seg suksessivt ned til basishendelsene

Studenter på NTNU kan benytte følgende [feiltreprogram](#) for å tegne et feiltre og gjøre ulike beregninger.

4.9 Bestemmelse av minimale kuttmengder

- En kuttmengde i et feiltre er en mengde av basishendelser som ved å inntreffe sikrer at TOPP-hendelsen inntreffer
- En kuttmengde sies å være minimal hvis den ikke kan reduseres uten å miste status som kuttmengde

For å finne minimale kuttmengder kan man:

- Bruke MOCUS (Method for Obtaining Cut Sets) algoritmen (omfattende)
- Inspisere feiltreet for direkte å finne kuttmengdene (små trær)

Direkte inspeksjon av feiltreet

- Start fra toppen
- Ved ELLER-port, ta med hendelser lenger ned fra hver gren inn til porten. For hver hendelse får vi en ny kuttmengde.
- Ved OG-port, ta med hendelser lenger ned fra hver gren inn til porten. Alle hendelsene vi tar med oss “opp” blir i en kuttmengde.
- Kan bli veldig stort dersom vi har mange OG porter
- Eliminer ikke-minimale kuttmengder

4.10 Kvalitativ analyse av feiltrær

I den kvalitative delen av analysen gjør vi følgende betraktninger:

- Minimale kuttmengder med få basishendelser er de viktigste
- Vi lister derfor opp kuttmengdene etter stigende orden
- Rangering av type hendelser

1. Menneskelige feilhandlinger
2. Aktiv utstysfeil
3. Passiv utstysfeil

Kuttmengder av orden 1 representerer potensielle enkeltfeilsituasjoner.

4.11 Kvantitativ analyse av feiltrær

Formålet med den kvantitative analysen er å beregne ulike systemmål knyttet til den uønskede hendelsen. De viktigste systemmålene er:

- $Q_0(t)$ = Sannsynligheten for at TOPP-hendelsen er inntruffet ved tid t (utilgjengelighet)
- $F_0(t)$ = Frekvens av TOPP-hendelsen ved tid t
- $R(t)$ = Sannsynligheten for at TOPP-hendelsen ikke har inntruffet i $[0, t >$
- $I^B(i)$ = Birnbaum's mål for pålitelighetsmessig betydning av basishendelse i

For å beregne systemmålene kreves pålitelighetsdata for basishendelsene. De vanligste størrelsene er:

- feilrater ($\lambda_i = 1/\text{MTTF}_i$)
- reparasjonstider (MDT_i , "mean down time")
- testintervall ved funksjonstest (τ_i)

Merk at feilraten her er det vi ofte betegner som "effektiv feilrate" som tar hensyn til hvilket vedlikehold vi har. Så med et godt forebyggende vedlikehold vil den effektive feilraten være lav selv om midlere tid til feil uten vedlikehold kan være ganske kort.

4.12 Beregningsformler

4.12.1 Basishendelsessannsynlighet

For å beregne systemmålene kreves pålitelighetsdata for basishendelsene. De vanligste størrelsene er:

- Reparbar enhet
- Enhet som funksjonstestes

Reparerbar enhet

En reparerbar enhet veksler mellom tilstander hvor enheten henholdsvis fungerer og er i feiltilstand. For en reparerbar enhet kan vi beregne komponentutilgjengeligheten ved:

$$q_i \approx \lambda_i \text{MDT}_i \quad (4.1)$$

Ikke-reparerbar enhet

En enhet som ikke kan repareres vil før eller siden svikte. Sannsynligheten for at enheten er i feiltilstand vil derfor øke med alderen, t , til enheten. Komponentutilgjengeligheten er gitt ved:

$$q_i(t) = 1 - e^{-\lambda_i t} \quad (4.2)$$

Enhet som funksjonstestes

Enheter som funksjonstestes har skjult funksjon. Dette betyr at dersom funksjonsevnen opphører, vil dette ikke være åpenbart for operativt personell. For å avdekke skjulte feil foretas funksjonstest. Intervallet mellom funksjonstester betegnes funksjonstestintervallet (τ). For enheter som funksjonstestes kan vi beregne komponentutilgjengeligheten ved:

$$q_i \approx \lambda_i \tau_i / 2 \quad (4.3)$$

Merk at for instrumenterte sikkerhetssystemer er det vanlig å betegne q_i med forkortelsen PFD (Probability of Failure on Demand).

4.13 $Q_0(t) = \text{TOPP-hendelsesannsynlighet}$

$Q_0(t)$ betegner sannsynligheten for at TOPP-hendelsen har inntruffet. For tekniske systemer representerer $Q_0(t)$ systemutilgjengeligheten. For å beregne $Q_0(t)$ tar vi utgangspunkt i de minimale kuttmengdene. For kuttmengde K_j er sannsynligheten for at denne kuttmengden har inntruffet (feilet) lik produktet av tilhørende basishendelsesannsynligheter.

Vi betegner sannsynligheten for at kuttmengden har inntruffet ved

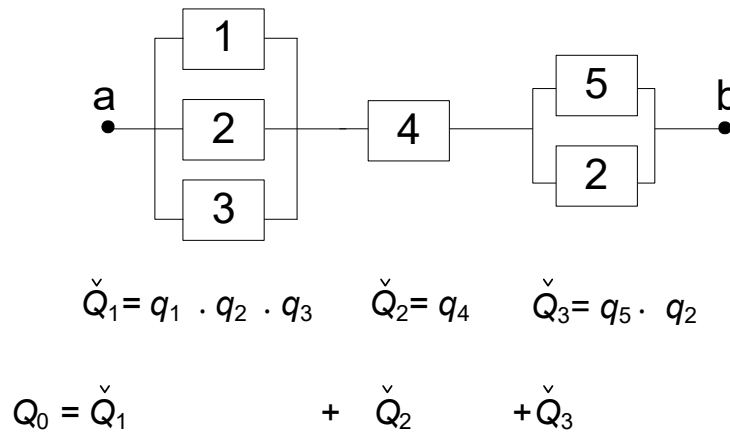
$$\check{Q}_j = \prod_{i \in K_j} q_i \quad (4.4)$$

For å finne sannsynligheten for at TOPP-hendelsen inntreffer kan vi nå summere bidragene fra

hver kuttmengde:

$$Q_0 = \sum_{j=1}^k \check{Q}_j \quad (4.5)$$

Metoden illustreres i Figur 4.5 nedenfor med et tenkt feiltre med kuttmengder 1,2,3, 4 og 5,2:



Figur 4.5: Eksempel på beregning av Q_0

En mer presis formel for beregning av Q_0 er den såkalte “Upper bound approximation”:

$$Q_0 = 1 - \prod_{j=1}^k (1 - \check{Q}_j) \quad (4.6)$$

Merk at formlene ovenfor kun gjelder dersom basishendelsene er stokastisk *uavhengige*.

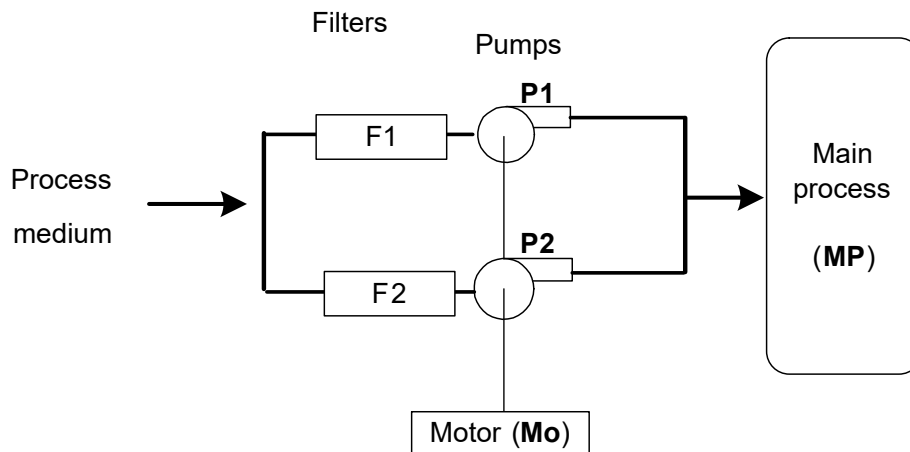
Eksempel 4.1

Vi betrakter en svært forenklet del av et prosessanlegg. Prosessmediet pumpes ved hjelp av to redundante pumper inn i en tank der den kjemiske hovedprosessen foregår. Hver pumpe har et eget filter (sil) for å skille ut grovpartikler. Pumpene drives av en felles motor.

Figur 4.6 viser en skisse av systemet:

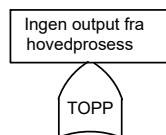
For å definere TOPP-hendelsen stiller vi tre spørsmål:

- Hva: Ingen output fra hovedprosessen
- Hvor: F eks i prosessområde A
- Når: Under normal drift (dvs ikke under en revisjonsstans)



Figur 4.6: Eksempel hvor prosessmedium skal pumpes inn i en prosesstank

Vi må også se på randbetingelsene. F eks kan vi velge å se bort fra strømbrudd. Vi ser heller ikke på at proessmedium inn til prosessen ikke er tilgjengelig. Figur 4.7 viser startpunktet for feiltreet:



Figur 4.7: TOPP-hendelse

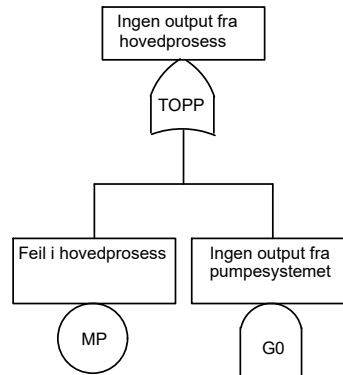
For å finne direkteårsakene til TOPP-hendelsen starter vi fra høyre i prosessdiagrammet, og finner to årsaker til at vi ikke får noe output fra hovedprosessen

- Selve hovedprosessen feiler
- Ingen output fra pumpesystemet

Figur 4.8 viser hvordan disse kobles sammen med en ELLER-port, da det er tilstrekkelig at en av disse inntreffer for at TOPP-hendelsen skal inntreffe.

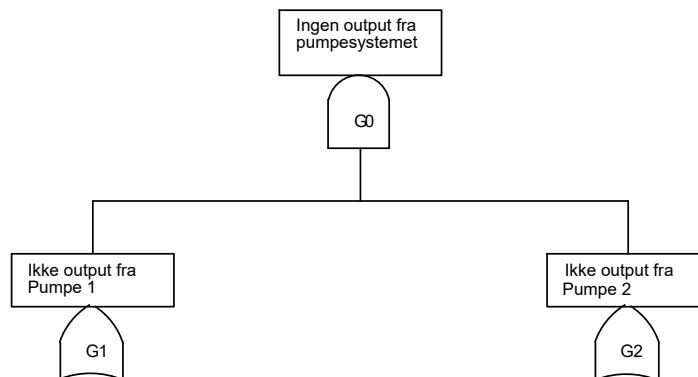
Direkteårsakene til at det ikke er noe output fra pumpesysyemet er at det ikke er noe output fra noen av pumpene:

- Ikke output fra pumpe 1
- Ikke output fra pumpe 2



Figur 4.8: Direkteårsaker under TOPP-hendelsen

Figur 4.9 viser hvordan disse kobles sammen med en OG-port, da det ikke kan være output fra noen av pumpene for at pumpesystemet skal feile



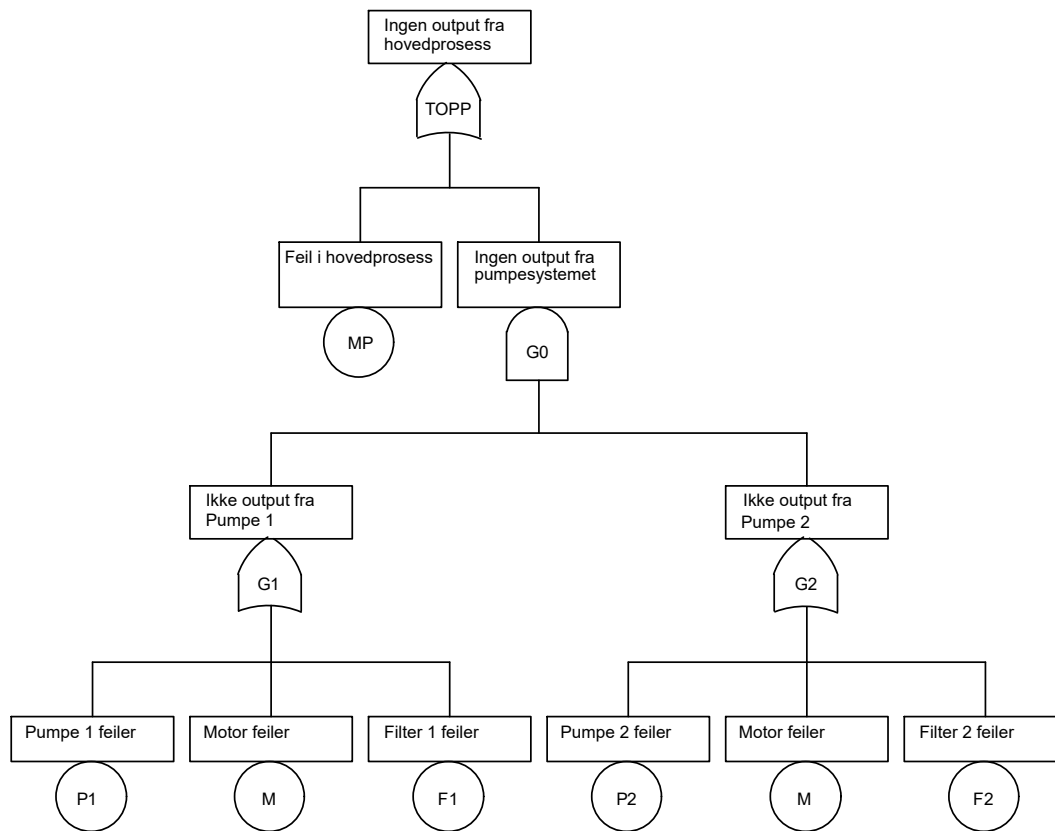
Figur 4.9: Direkteårsaker bak at det ikke er noe output fra pumpesystemet

Vi vil finne de minimale kuttmengdene ved direkte inspeksjon av feiltreet vist i Figur ???. Vi starter på med TOPP-hendelsen. Dette er en ELLER-port, og vi lager nye kuttmengder for hver inngang til TOPP:

- MP
- G0

Vi ser at G0 er en OG-port, og vi får en kuttmengde bestående av hver inngang til G0:

- MP



Figur 4.10: Fullstendig feiltre

- G1,G2

Både G1 og G2 er ELLER-porter, og vi må da lage nye kuttmengder for hver av inngangene. Her må vi da finne alle kombinasjonene av en basishendelse fra G1 og en fra G2:

- MP
- P1,P2
- P1,M
- P1,F2
- M,P2
- M,M
- M,F2

- F1,P2
- F1,M
- F1,F2

Vi observerer at $M,M = M$ da det er kun en fysisk motor. Da ser vi at $P1,M$ ikke er en minimal kuttmengde da den kan reduseres til M og fortsatt være en kuttmengde. Vi stryker da $P1,M$ fra listen over minimale kuttmengder. Tilsvarende strykes $M,F2,M,P2$ og $F1,M$. Vi får da følgende liste av minimale kuttmengder:

- MP
- M
- P1,P2
- P1,F2
- F1,P2
- F1,F2

Beregning av Q_0

For å finne sannsynligheten for at TOPP-hendelsen er inntruffet (Q_0), må vi først finne komponentutilgjengelighetene, q_i . Her vil vi ta utgangspunkt i MTTF (Mean Time To Failure) og MDT (Mean Down Time) verdier. Disse er gitt i Tabell reftab:2603:

Tabell 4.1: Eksempeldata			
Komponent	MTTF	MDT	$q = \text{MDT}/(\text{MDT}+\text{MTTF})$
P1 / P2	1 460	16	0.01084
F1 / F2	1 460	4	0.00273
M	17 520	24	0.00137
MP	26 280	48	0.00182

I kolonne 4 har vi beregnet q_i . Formelen vi har benyttet er i dette tilfellet:

$$q_i = \frac{\text{MDT}_i}{\text{MDT}_i + \text{MTTF}_i} \quad (4.7)$$

Merk at vi ofte benytter tilnærmingen $q_i = \lambda_i \text{MDT}_i$. Her er λ feilraten for komponent i . Da feilraten er den inverse verdien av MTTF'en ($\lambda = 1/\text{MTTF}$), ser vi at tilnærmingen er god dersom $\text{MDT}_i \ll \text{MTTF}_i$.

For å finne Q_0 setter vi opp Tabell 4.2. Vi kan nå legge sammen alle bidragene, dvs kolonnen for $\check{Q}_j = \prod_{i \in K_j} q_i$, og får $Q_0 = 0.003241$. Dette svarer til ca 28 timers nedetid per år.

Tabell 4.2: Beregning av Q_0

Kuttmengde	Bidrag per kutt	$\check{Q}_j = \prod_{i \in K_j} q_i$
{M}	q_M	0.00137
{MP}	q_{MP}	0.00182
{P1,P2}	$q_{P1} \cdot q_{P2}$	0.000011
{P1,F2}	$q_{P1} \cdot q_{F2}$	0.000003
{F1,P2}	$q_{F1} \cdot q_{P2}$	0.00003
{F1,F2}	$q_{F1} \cdot q_{F2}$	0.000007

4.14 Beregning av q_i -ene

I eksemplet antok vi at en enhet er reparerbar, og at en svikt oppdages umiddelbart. Dette er en av flere situasjoner vi skal modellere, og vi vil derfor gi formler også for andre situasjoner.

4.14.1 Ikke-reparerbare komponenter

Hvis en komponent ikke kan repareres, er sannsynligheten for at den er i en feiltilstand på tidspunktet t lik $1 - R(t)$. Forutsatt at komponenten har en eksponentielt fordelt levetid, har vi derfor:

$$q_i(t) = 1 - e^{-\lambda_i t} \quad (4.8)$$

der λ_i er den konstante feilraten til komponenten.

Dersom enheten har ikke-konstant sviktintensitet, og enheten har levd i t_0 tidsenheter, vil sannsynligheten for at den ikke overlever t nye tidsenheter være:

$$q_i(t) = \Pr(T \leq t_0 + t | T > t_0) = 1 - \Pr(T > t_0 + t | T > t_0) = 1 - R(t + t_0) / R(t_0) \quad (4.9)$$

hvor vi har benyttet:

$$\begin{aligned} \Pr(T > t_0 + t | T > t_0) &= \Pr(T > t_0 + t \cap T > t_0) / \Pr(T > t_0) = \\ &= \Pr(T > t_0 + t) / \Pr(T > t_0) = R(t_0 + t) / R(t_0) \end{aligned}$$

Dersom $t \ll t_0$ kan vi benytte tilnærmingen

$$q_i(t) \approx z(t_0)t \quad (4.10)$$

hvor $z(t_0)$ angir sviktintensiteten ved tid t_0 . Ligning (4.10) følger av at $z(t_0)$ er sannsynligheten for svikt per tidsenhet, og så multipliserer vi med antall tidsenheter, t vi betrakter.

4.14.2 Reparerbare komponenter

For å utlede $q_i(t)$ for en reparerbar komponent kan det ved bruk Markov-analyse vises at sannsynligheten for at komponenten er i en feiltilstand ved tidspunktet t er:

$$q_i(t) = \frac{\lambda_i}{\mu_i + \lambda_i} \left(1 - e^{-(\lambda_i + \mu_i)t} \right) \quad (4.11)$$

der λ_i er den konstante sviktintensiteten til komponenten, og $\mu_i = 1/\text{MDT}_i$ er den konstante reparasjonsintensiteten. Når t er stor sammenlignet med $\frac{1}{\lambda_i + \mu_i}$ har vi

$$q_i(t) \approx \frac{\lambda_i}{\mu_i + \lambda_i} \approx \lambda_i \text{MDT}_i \quad (4.12)$$

hvis nedetidene er korte sammenlignet med svikttidene. Hvis dette holder, er det trygt å bruke denne tilnærmingen når $t > 3\text{MDT}_i$.

4.14.3 Periodisk testede komponenter

For komponenter med en skjult funksjon er det vanlig å utføre en funksjonstest med faste tidsintervaller, for eksempel τ_i , for å sjekke at komponenten er i stand til å utføre sin funksjon. Det kan vises at:

$$q_i \approx \lambda_i \tau_i / 2 \quad (4.13)$$

q_i blir ofte referert til som PFD (Probability of Failure on Demand).

Oppgave 4.1 Vi vil betrakte motorkraft til et fly. En veldig enkel modell skal lages hvor vi antar at flyet har to motorer, M1 og M2 og ett system for å bringe drivstoff fra drivstofftanken til motorene, D.

For begge motorene antar vi at MTTF = 10 000 timer hvor tid-til-svikt er Weibull-fordelt med aldringsparameter $\alpha = 3$. Motor M1 ble overhalt “til så god som ny” for 5 000 flytimer siden, mens motor M2 ble overhalt “til så god som ny” for 7 500 flytimer siden.

For drivstoffsystemet antar vi at MTTF = 15 000 timer hvor tid-til-svikt er Weibull-fordelt

med aldringsparamter $\alpha = 4$. Drivstoffsystemet ble overhaldt “til så god som ny” for 3 000 flytimer siden.

- a) Tegn et feiltre med TOPP-hendelse {Flyet klarer ikke turen over Atlanterhavet} hvor det tar 10 timer å fly.
- b) Finn de minimale kuttmengdene.
- c) Finn sannsynligheten for at flyet ikke kommer fram.

Kapittel 5

Feilmode, effekt og kritikalitetsanalyse

5.1 Introduksjon

Feilmode, effekt og kritikalitetsanalyse (FMECA) er en metode for å avdekke og analysere

- Alle potensielle feilmoder for ulike deler av et system
- Effekten disse kan ha på systemet
- Hvordan unngå feilmodene og/eller redusere konsekvensene disse har på systemet

Opprinnelig ble FMECA kalt FMEA, “C”-en i FMECA ble innført for å rangere alvorligheten av feileffektene. Vi vil i det etterfølgende benytte betegnelsen FMECA.

5.2 Grunnleggende spørsmål

En FMECA skal gi svar på følgende spørsmål:

- Hvilke feilmoder kan inntreffe for hver enkelt av komponentene i systemet?
- Hva er årsakene til disse feilmodene?
- Hvilken effekt har hver enkelt feilmode på resten av systemet?
- Hvordan oppdages feilmodene?
- Hvor ofte inntreffer hver feilmode?
- Hvor alvorlig er hver feilmode?
- Hva er risikoen knyttet til hver feilmode?
- Hvilke risikoreduserende tiltak kan være aktuelle?

5.3 Når brukes FMECA?

FMECA kan brukes til å:

- Gi bedre mulighet til å velge designalternativer med høy pålitelighet og sikkerhet i de tidlige designfaser
- Sikre at systemets mulige feilmoder og konsekvenser er vurdert
- Utvikle kriterier for planlegging av tester og krav til testutstyr
- Danne dokumentasjongrunnlag for fremtidig analyser av feil og designendringer
- Danne underlag for vedlikeholdsplanlegging
- Danne underlag for kvantitative pålitelighets- og tilgjengelighetsanalyser

Innenfor flere bransjer stilles det krav om at FMECA skal inngå som en del av designprosessen, og at analyseresultatene skal være en del av systemdokumentasjonen.

5.3.1 Hovedinnhold i analysen

- Avgrensninger og valg av type skjema
- Systemanalyse
 - Del systemet inn i delsystemer som analyseres separat
 - Etabler et funksjonsdiagram som viser hvordan delsystemene henger sammen
 - * En funksjonell feilanalyse (FFA) kan være en nyttig tilnærming for å systematisere funksjoner og funksjonsfeil på et systemnivå
 - * Under leksjonen RCM er funksjonell feilanalyse beskrevet
 - For hvert delsystem identifiseres alle komponenter
- Utfylling av selve skjemaet med basis i komponentene

5.4 Utfylling av skjema

5.4.1 FMECA skjema

Det finnes ulike skjema for bruk til FMECA-analyser. Figur 5.1 viser et eksempel på et slikt skjema.

På [denne lenken](#) finner du et skjema som kan lastes ned i MS Word.

System:									Performed by:		
Subsystem:									Date:		
Function:									Page		
description of unit			description of failure			effect of failure			failure rate	criticality	corrective action
identi- fication	operational mode	function	failure mode	failure cause/ mechanism	how to detect	local	system	operat. status			

Figur 5.1: Eksempel på tomt FMECA skjema

5.4.2 Operasjonell tilstand

Ulike enheter kan ha ulike operasjonelle tilstander, f eks

- Pumpe: Aktiv ↔ Standby
- Ventil: Åpen ↔ Lukket

5.4.3 Funksjon

En enhet kan ha ulike funksjoner (for hver operasjonell tilstand). Vi skiller mellom typer av funksjon:

- Hovedfunksjon (pumpe vann)
- Hjelpesfunksjoner (holde på vannet)
- Beskyttelsesfunksjoner (f eks sikkerhet; beskytte mot roterende deler)
- Informasjonsfunksjoner (gi statusinformasjon)

5.4.4 Feilmode

Enhver komponent er konstruert for å utføre en eller flere funksjoner. Fravær av en slik funksjon kalles feilmode. Feilmoden angir hvordan fravær av funksjon arter seg når vi betrakter enheten sett utenfra:

- Total tap av funksjon (pumper ikke i det hele tatt)
- Redusert funksjon (pumper for lite)
- Feil funksjon (pumper i feil retning)

5.4.5 Eksempler på "mini"-FMECA

Nødavstegningsventil Mens en feilmode angir hvordan fravær av funksjon arter seg når vi be-

Enhet	Op. tilst.	Funksjon	Feilmode
Nødav- stegn- ings ventil	Åpen	Sikre v. strøm	Lukker utilsikt
		Lukke ved foresp.	Lukker ikke
			Lukker for sakte
	Lukket	Hindre v. strøm	Holder ikke tett
			Utilsiktet åpning
		Åpne ved foresp.	Åpner ikke

Figur 5.2: FMECA-utsnitt nødavstegningsventil

Enhet	Op. tilst.	Funksjon	Feilmode
Reserve pumpe	Standby	Starte ved behov	Starter ikke
	Aktiv	Pumpe 800 l pr min	Pumper ikke
			Redusert kapasitet
		Holde på oljen	Ekstern lekkasje
		Gi status informasjon	Ingen informasjon
			Feil informasjon

Figur 5.3: FMECA-utsnitt reservepumpe

trakter enheten sett utenfra benyttes begrepet feilårsak for å si noe om hvorfor feilmoden inntrer.

Begrepet feilårsak benyttes på to måter:

- Svikt på et lavere nivå, f eks defekt lager i ei pumpe
- Rotårsak, f eks dårlig vedlikehold, uhensiktsmessig design osv

5.4.6 Feilmekanisme

Feilmekanismer relaterer seg til fysiske, kjemiske eller andre prosesser som forringer enheten, og leder til svikt:

- Slitasje
- Korrosjon
- Kavitasjon
- Utmattning

5.4.7 Effekt av feil (konsekvens)

Det gjøres separate vurderinger for ulike dimensjoner:

- Sikkerhet (S)
- Miljø (E)
- Regularitet (A)
- Kostnader (C)

Det er vanlig å benytte konsekvensklasser, 3-punkts eller 5-punkts skala:

- L = Liten
- M = Middels
- S = Stor

5.4.8 Risiko

Ved å kombinere forekomst av en feilmode (feilrate) og konsekvens kan man etablere et risikomål (betegnes av og til for kritikalitet). Ofte synliggjør man i form av en risikomatrise:

5.4.9 Terrengbil

Denne bilen ble laget av Smørekoppen Engineering for noen år siden. Det var en batteridrevet doning med motor på alle fire beltene.

Frekvens/ konsekvens	1 Ofte	2 Av og til	3 Mulig	4 Skjelden	5 Usannsynlig
1 Minimal					
2 Lav					
3 Middel					
4 Alvorlig					
5 Katastrofal					

Figur 5.4: Risikomatrise brukt i FMECA-analysen

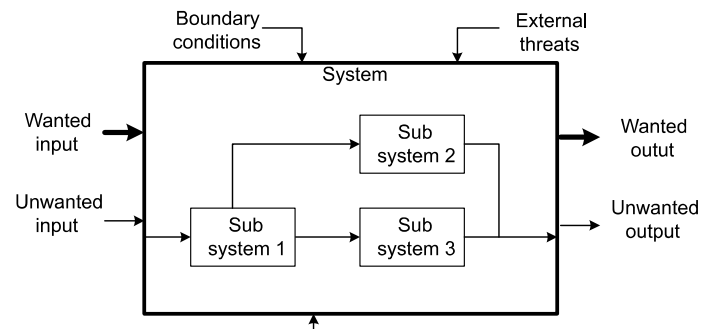


Figur 5.5: Terrengbil

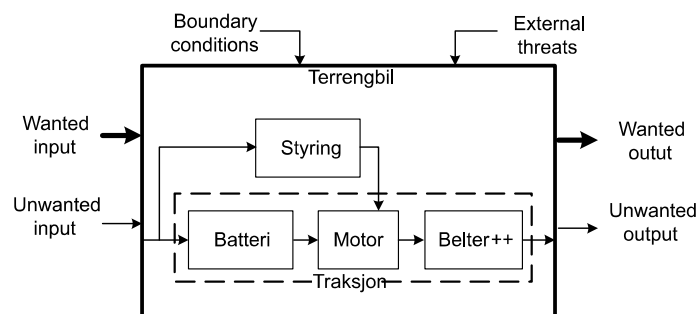
5.4.10 Funksjonsdiagram

Et funksjonsdiagram kan brukes til å synliggjøre funksjonelle sammenhenger, randbetingelser osv. Figur 5.6 viser et generisk funksjonsdiagram. Figur 5.7 viser et funksjonsdiagram for terrengbilen:

- Wanted input: En god sjåfør, oppladet batteri
- Unwanted input: En aggressiv sjåfør
- Wanted output: Kjøre fra A til B
- Unwanted output: Ulykke, komme for sent til B
- Support: Vedlikehold



Figur 5.6: Funktionsdiagramm

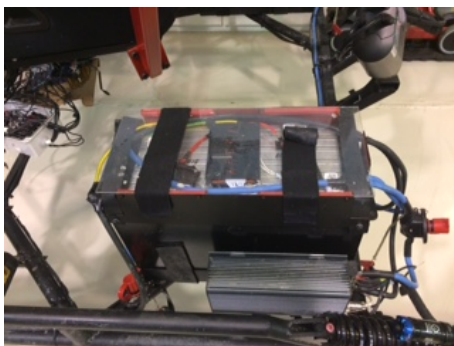


Figur 5.7: Funktionsdiagramm for terrengbilen

- Boundary conditions: Kan kun kjøre i terreng, ikke lov å kjøre på offentlig veg
- External threats: Elg, tynn is

5.4.11 Terrengbil - Komponenter

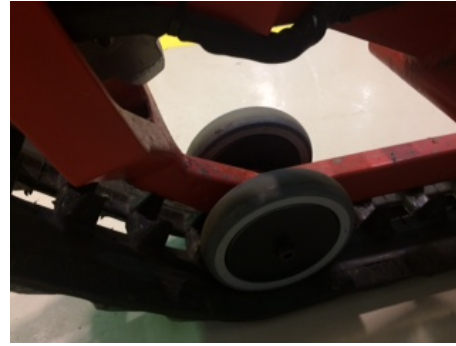
Nedenfor er noen bilder av komponenter som inngår i terrengbilen.



Batteri



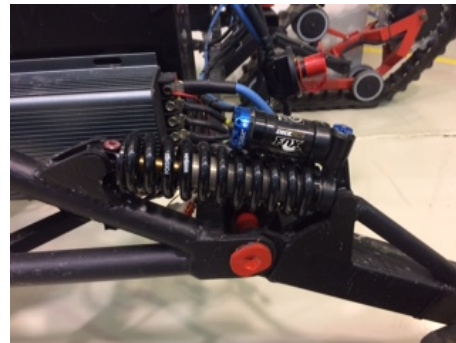
Motor



Støttehjul for belter



Belter



Støtdemper og fjær, er det en del av traksjonssystemet?

5.5 Funksjonsfeilanalyse - Traksjon

Tabell 5.2 viser et eksempel på en funksjonsfeilanalyse for traksjonssystemet til terrengbilen.

5.6 FMECA - Batteri

Figur 5.2 viser et eksempel på FMECA-skjema for batteriet.

Et FMECA-skjema i MS Word-format kan lastes ned [her \(FMECA\)](#), og et FFA-skjema kan lastes ned [her \(FFA\)](#).

Oppgaver

Oppgave 5.1 I denne oppgaven skal vi illustrere elementer av en FMECA analyse med utgangspunkt i en sykkel.

- Identifiser hovedfunksjoner til sykkel. Finn en hovedfunksjon og gjennomfør en enkel funksjonsfeilanalyse.

Tabell 5.1: Funksjonsfeilanalyse - Traksjon

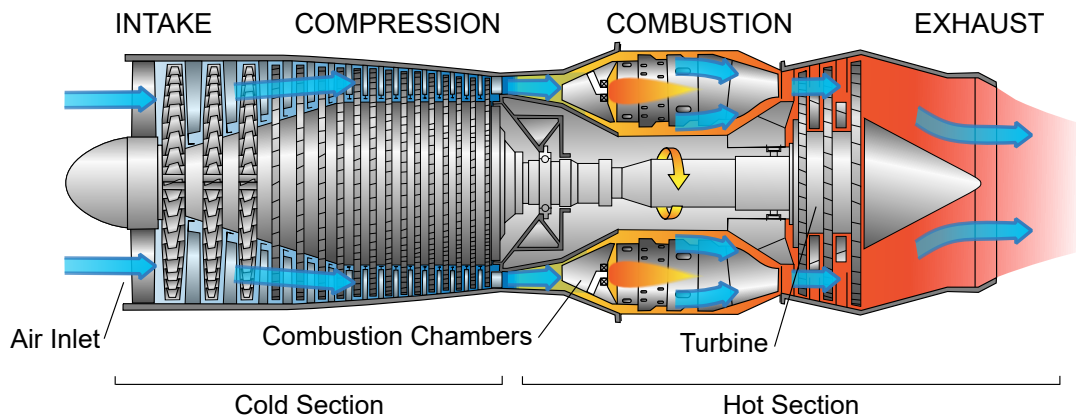
System: Traksjon		Performed by: Jørn Vatn		Page: 1 of: 1			
Operational mode	Function	Function requirements	Functional failure	Criticality			
				S	E	A	C
Stille	Holde bil i ro	Tilstrekkelig med brems på ett hjul	Ikke tilstrekkelig bremsekraft	H	-	L	M
Bevegelse	Fremdrift	Mulighet for variabel hastighet, styring ved ulik hastighet på belter	Ingen fremdrift	-	-	H	H
			Redusert fremdrift	L	-	M	M
			Ikke mulig med ulik hastighet på belter	M	L	M	M
			For stor fart	H	M	M	M
			Ujevn gange	-	L	H	M

Tabell 5.2: FMECA - Batteri

System: Terrengbil									Performed by: Jørn Vatn			
Subsystem: Traksjon									Date: 2017-03-07			
Function: Framdrift									Page 1			
description of unit			description of failure			effect of failure			failure rate	criticality	corrective action	remarks
identi- fication	operational mode	function	failure mode	failure mechanism	how to detect	local	system	operat. status				
Batteri	Lader	Ta opp strøm	Tar ikke opp strøm	Lednings- brudd	Måle motstand	Ikke strøm til motor	Ikke framdrift	Bil står stille	1/10	Høy	Fixe ledning	Kvalitet i loding
	I drift	Leverer strøm	Leverer ikke strøm	Material- degradering	Måle ladetid	Ikke strøm til motor	Ikke framdrift	Bil står stille	1/3	Høy	Nytt batteri	Riktig lading!

- Identifiser 4-5 komponenter i sykkelen din. Bruk disse komponentene som basis for å fylle ut et FMECA skjema.
- Diskuter valg av kolonner.
- Hvordan skiller du mellom funksjon til hver komponent, og funksjoner til sykkelen?
- Fyll ut noen rader i FMECA-skjemaet.

Oppgave 5.2 Figur 5.8 viser en turbojetmotor. Fremst i motoren (til venstre i figuren) er det



Figur 5.8: Turbojetmotor (Wikipedia)

en vifte som presser luft inn i kompressoren. Komprimert luft sammen med drivstoff gir en forbrenning (combustion) som gir en trykkøkning og kraften som oppstår vil akselerere eksosgassene bakover. Newtons tredje lov sier at en hver kraft har en like stor motsatt rettet kraft. Det betyr her at den bakoverrettede kraften gir en tilsvarende foroverrettet skyvekraft.

Det bakre viftesystemet (kalt kraftturbinen) sitter i eksosstrømmen og brukes til å drive den forreste viften.

- Identifiser hovedfunksjoner til turbomotoren. Finn en hovedfunksjon og gjennomfør en enkel funksjonsfeilanalyse.
- Identifiser 4-5 komponenter i turbojetmotoren. Bruk disse komponentene som basis for å fylle ut et FMECA skjema.
- Diskuter valg av kolonner.
- Hvordan skiller du mellom funksjon til hver komponent, og funksjoner til turbojetmotoren?
- Fyll ut noen rader i FMECA-skjemaet.

Kapittel 6

Pålitelighetsstyrt vedlikehold

6.1 Introduksjon til RCM

Pålitelighetsstyrt vedlikehold (RCM = Reliability Centred Maintenance) er en metode for:

- systematisk analyse av systemfunksjoner
- hvordan disse kan feile, for å kunne:
- etablere et forebyggende vedlikeholdsprogram som balanserer:
 - sikkerhet
 - tilgjengelighet
 - kostnader

RCM er en metode med stor anerkjennelse, og ble først utviklet i flyindustrien på 60-tallet. Se også kapittel 7 - MSG3.

6.2 Viktige trinn i en RCM analyse

I denne presentasjonen vil vi legge størst vekt på følgende hovedtrinn i RCM metoden:

- Funksjonsfeilanalyse
- FMECA = Feilmode og effekt analyse
- RCM beslutningslogikk for å bestemme type vedlikehold
- Intervallfastsettelse

6.3 De vanligste trinnene i en RCM analyse

Ulike implementasjoner av RCM benytter ulike tilnærminger, men grovt sett inneholder alle RCM implementasjoner følgende trinn:

1. Forberedelser
2. Valg av system, systemavgrensninger
3. Funksjonell feilanalyse (FFA)
4. Utvelgelse av kritiske enheter (MSI)
5. Datainnsamling og analyse
6. Feilmode og effekt analyse (FMEA/FMECA)
7. Bestemmelse av vedlikeholdsaktiviteter (RCM-logikk)
8. Fastsettelse av intervaller for vedlikeholdsaktivitetene
9. Implementering
10. Kontinuerlig oppdatering - RCM prosessen

6.4 Utfordringer

Gjennomføring av en RCM analyse er en omfattende prosess, og blant utfordringene er:

- Komplexitet og omfang av analysen
 - Det er behov for forenklinger, og for ikke "ta vann over hode" velges ut de viktigste systemene først
- For å vurdere nytteverdien av vedlikehold trengs modeller for effekt av vedlikehold på
 - Komponentnivå
 - Systemnivå
- Det vil være behov for å foreta verdibetraktninger, f eks en balanse mellom:
 - Sikkerhet
 - Miljø
 - Materielle kostnader
 - Andre direkte og indirekte kostnader

6.5 Forenklinger

For å begrense omfang analysen og forenkle prosessen anbefales:

- Velg ut et system (om gangen)*
- Analyse av de viktigste hovedfunksjoner*
- Tilhørende komponenter analyseres ved FMECA
- Begrenser ytterligere: kun dominante feilmoder*
- Forhåndsdefinert logikk
 - Enkel i bruk
 - Begrenset fleksibilitet

* = Trinn hvor man begrenser omfanget av analysen

6.6 Hovedtrinn

6.6.1 Funksjonell feilanalyse (FFA)

En funksjonell feilanalyse gjennomføres på systemnivå å har som formål å få oversikt over systemet. Spesielt viktig er:

- Identifisere systemet sine hovedfunksjoner
- Finne system-feilmodene (funksjonsfeil)
- Finne de kritiske feilmodene på systemnivå
 - Kun kritiske feilmoder og tilhørende komponenter tas med i den videre analysen
 - Det gjennomføres en FMECA for disse komponentene

6.6.2 Funksjonell feilanalyse (FFA)

Viktige trinn i en FFA er:

- Identifisere systemet sine funksjoner
 - Hovedfunksjon
 - Hjelpfunksjoner

- Beskyttelsesfunksjoner
 - Informasjonsfunksjoner
- For hver funksjon spør man hva som kan gå galt?
 - Svaret på dette spørsmålet er det som betegnes en *funksjonsfeil*
 - Funksjonsfeil er en feilmode knyttet til en overordnet funksjon (f eks bremsefunksjon på et tog)

Tabell ?? viser et typisk skjema for å dokumentere en funksjonell feilanalyse.

Tabell 6.1: FFA-skjema

Ref. drawing no.:		Performed by:		Page: of:			
Date:		Date:		Date:			
Operational mode	Function	Function requirements	Functional failure	Criticality			
				S	E	A	C

På [denne lenken](#) finner du et skjema som kan lastes ned i MS Word.

6.6.3 Utvelgelse av kritiske enheter (MSI)

Resultatet fra den funksjonelle feilanalysen er en liste med enheter (komponenter) som er viktig for de mest kritiske feilmodene på systemnivå. Disse betegnes FSI (functional significant items). I tillegg til komponenter som er viktig for funksjonsevnen til systemet, betraktes også komponenter som har store kostnader knyttet direkte til komponenten, f eks i form av høye kostnader til forebyggende eller korrektivt vedlikehold. Slike enheter betegnes MCSI (Maintenance Cost Significant Items). I den videre analysen går vi kun videre med MSI = FSI + MCSI (Maintenance Significant Items).

- Finn FSI'er fra FFA
- Sjekk kostnader for å finne MCSI'er
- $MSI = FSI + MCSI$

- MSI'ene tas videre til neste trinn, dvs FMECA

6.6.4 FMECA

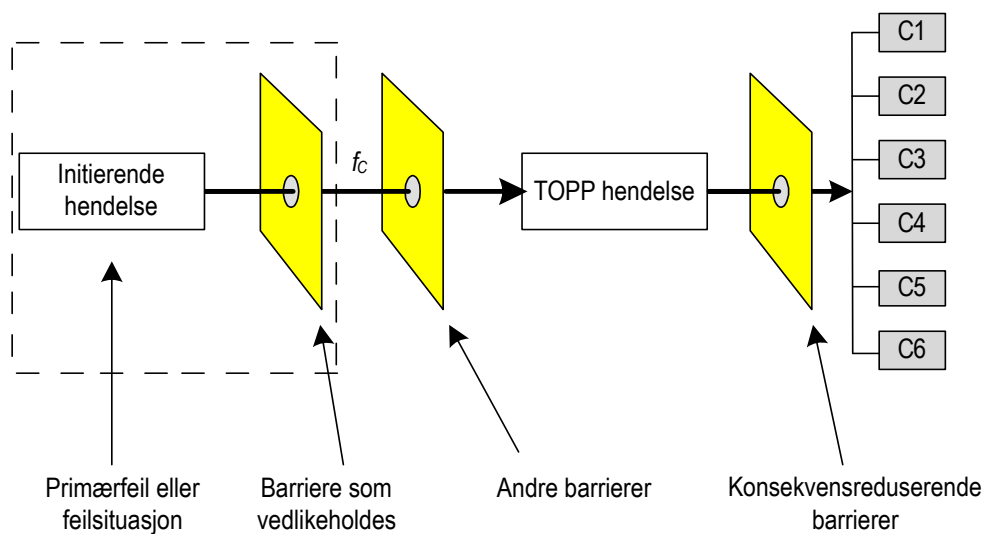
FMECA analysen er kanskje den mest omfattende delen av en RCM analysen. Ofte benyttes et FMECA skjema som har spesielle kolonner slik at analysen støtter best mulig opp om etterfølgende trinn. Erfaring viser at standardisering av måten RCM gjennomføres på bidrar til:

- Raskere gjennomføring
- Mer systematisk og sporbar argumentasjon
- Å sikre at grunnlagsdata er tilstrekkelig for optimalisering

Viktige element i JBV og NSB sine RCM-analyser:

- Et sett med TOPP-hendelser (totalt ca 10 for sikkerhet og punktlighet)
- Beskrivelse av barrierer (mot TOPP-hendelsene)
- Konsekvenser, gitt TOPP-hendelsene er fast

Dokumentasjon av TOPP-hendelsene med tilhørende tilleggsinformasjon dokumenteres i FMECA delen av analysen. Figur 6.1 viser en prinsipiell barrieremodell:



Figur 6.1: Barrieremodell

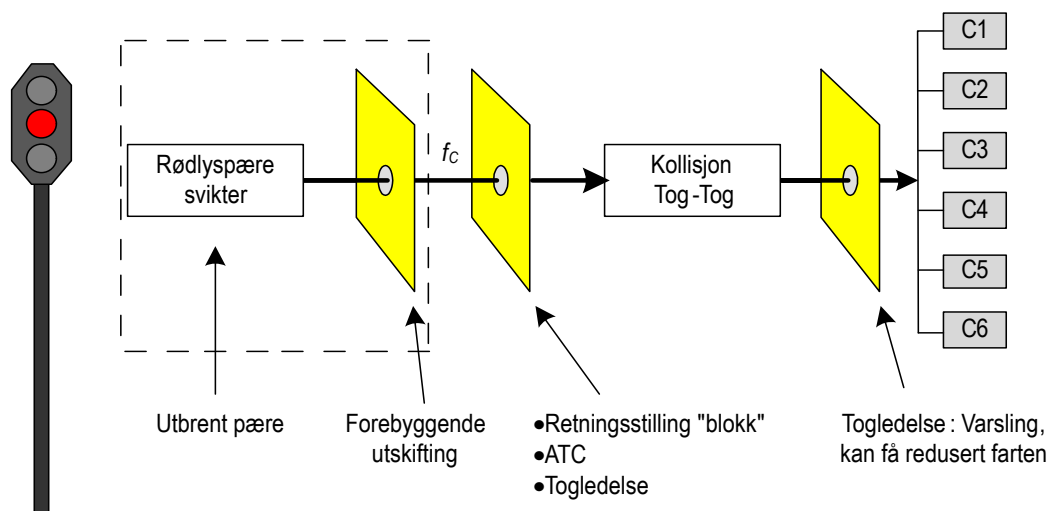
I FMECA-delen av analysen ønsker vi å dokumentere barrierer på tre nivå:

1. Hvordan vedlikehold er en barriere for å begrense fare for komponentfeil
2. Hvilke barrierer som virker for å unngå at en komponentfeil leder til identifisert TOPP-hendelse
3. Barrierer for å begrense konsekvensene dersom TOPP-hendelsen skulle inntreffe. Da mange komponenter (rader i FMECA'en) gir samme TOPP-hendelse, gjøres konsekvensanalysen (med TOPP-hendelse som initierende hendelse) kun en gang per TOPP-hendelse

I tillegg til å dokumentere hvilke barrierer som er med på å begrense muligheten for at en komponentfeil gir TOPP-hendelsen (2), angis også sannsynligheten for at barrieren(e) feiler. Dette gjøres separat for sikkerhet, punktlighet osv.

Eksempel 6.1 Jernbaneeksempel

Betrakt rødlys-pæren i et lyssignal i jernbane.



Figur 6.2: Barrieremodell for rødlyspære

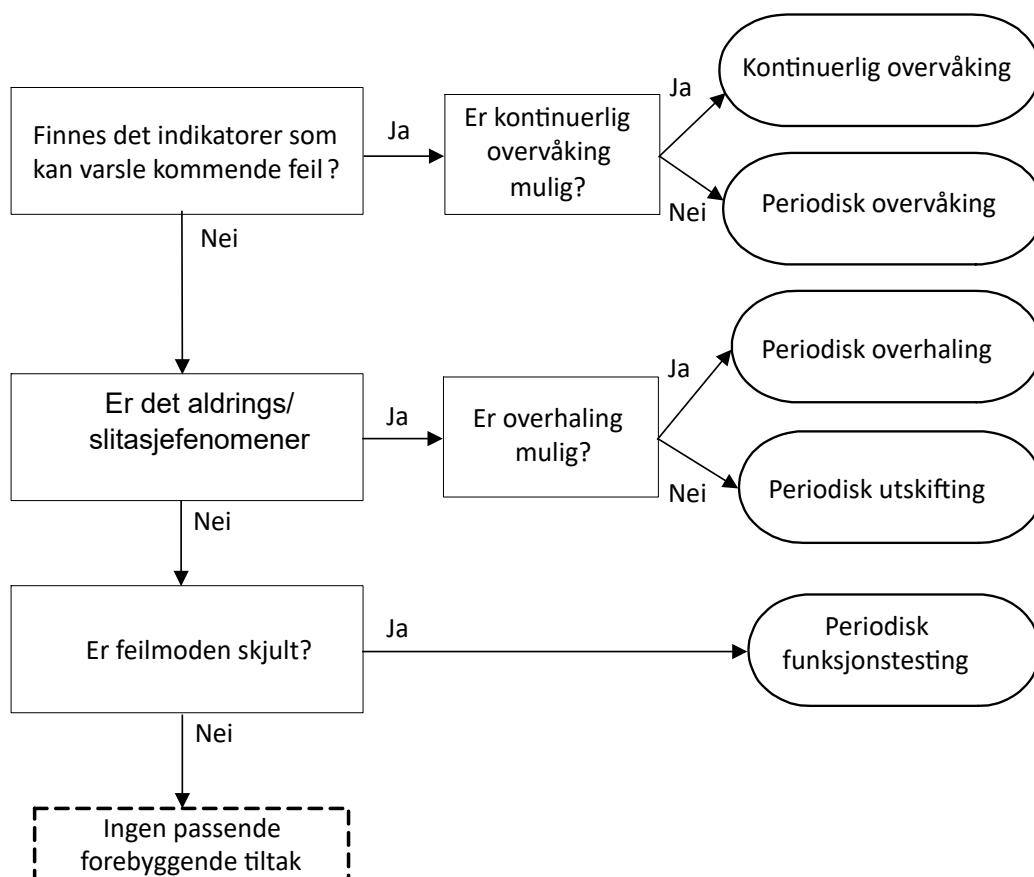
6.7 RCM beslutningslogikk

En egen beslutningslogikk benyttes for å bestemme type vedlikehold. Ulike implementasjoner av RCM har ulike logikker. Nedenfor presenteres en av de aller enkleste logikkene som finnes. Ved valg av logikk er det en avveining mellom å ha en logikk som er komplisert men fungerer i mange situasjoner kontra å ha en svært enkel som ikke dekker alle situasjoner.

- Input til RCM beslutningslogikken er kritiske feilmoder fra FMECA analysen

- En del virksomheter klassifiserer feilmoder i “grønn” “gul” og “rød”:
 - For feilmoder i rødt område er det påkrevd å utføre forebyggende vedlikehold for å redusere risikoen
 - For feilmoder i gult område vurderes om en hensiktsmessig forebyggende vedlikeholdsaksjon finnes, men man kan velge å kjøre en korrektiv vedlikeholdsstrategi ut fra nytte/kost analyser
 - For feilmoder i grønt område velges i utgangspunktet en korrektiv strategi, med mindre det finnes åpenbare vedlikeholdstiltak med et godt nytte/kost forhold
- Dersom det ligger flere feilårsaker bak en feilmode, er det ofte hensiktsmessig å starte med hver enkelt feilårsak for å etablere en eller flere forebyggende vedlikeholdsaksjoner.

Figur 6.3 viser et eksempel på en RCM beslutningslogikk:



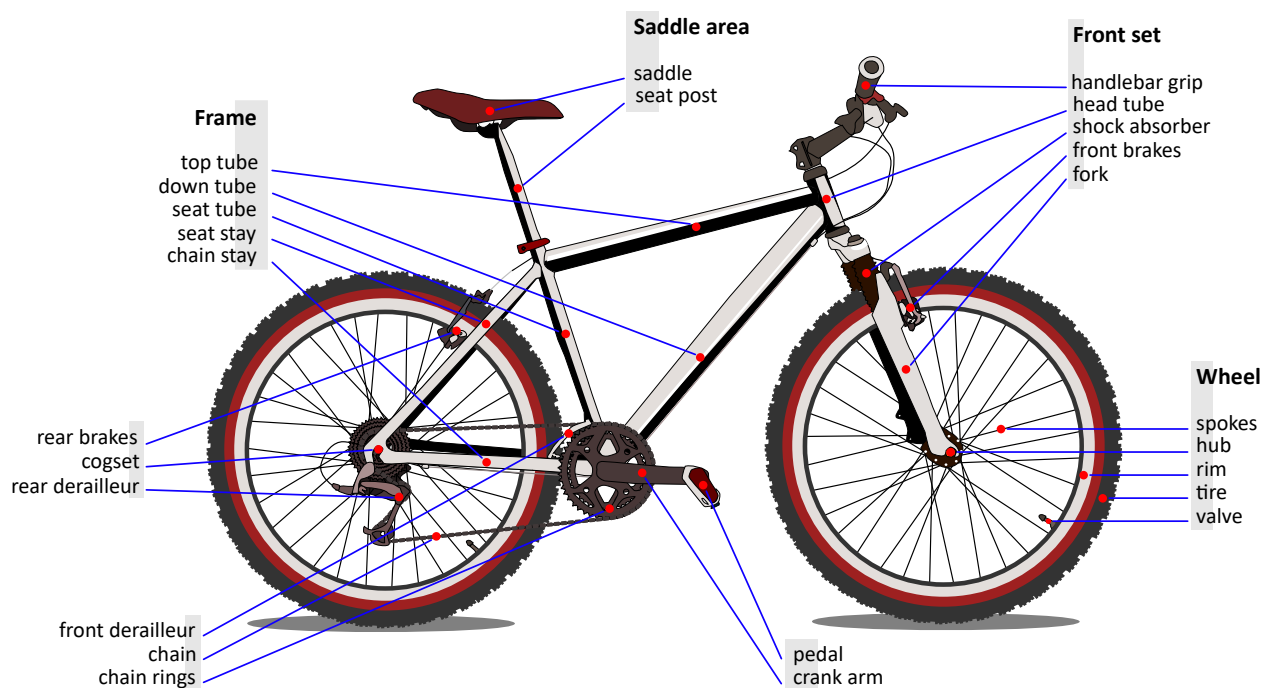
Figur 6.3: RCM beslutningslogikk

Fra RCM beslutningslogikken får man ut type vedlikehold for hver feilmode. F eks en overhalingsaksjon. Et viktig spørsmål da er å avgjøre hvor ofte denne aksjonen skal utføres. Optimalisering av intervaller dekkes i leksjonene om "vedlikeholdsoptimalisering".

Oppgaver

Oppgave 6.1 I denne øvingen skal vi gjennomføre noen kvalitative trinn som inngår i en RCM analyse. Utgangspunktet er en sykkel. Vi betrakter sykkelen som et system.

- Gjennomfør en funksjonsfeilanalyse (FFA) for et delsystem (f eks traksjon). Velg ut vedlikeholdssignifikante enheter (MSI = Maintenance Significant Items). Diskuter kriterier for valg av MSIs.
- Gjennomfør en FMECA for utvalgte MSIs.
- Velg ut noen kritiske feilmøder, og benytt RCM beslutningslogikk for å etablere et forebyggende vedlikeholdsprogram.



Figur 6.4: Sykkel (hentet fra Wikipedia)

Kapittel 7

MSG-3

7.1 Introduksjon

MSG står for “Maintenance Steering Group” og er kanskje et litt missvisende navn på en metode for å etablere et forebyggende vedlikeholdsprogram. Navnet har en historisk bakgrunn ved at det på 60-tallet ble satt ned en arbeidsgruppe som skulle jobbe med å etablere mer hensiktsmessige vedlikeholdsprogram for fly. MSG-konseptet har blitt utviklet over tid, og er i dag kjent som MSG-1, MSG-2 og MSG-3.

MSG-1 ble først publisert i 1968 og brukt til å utvikle forebyggende vedlikehold for Boieng 747. Metoden ble videreutviklet på 70-tallet for og testet ut på flytyper slik som L1011 og DC-10. MSG-2 var prosessorientert og brukte en nedenfra-og-opp-tilnærming (“bottom-up”). MSG-2 introduserte også konseptet “tilstandsovervåket vedlikehold”. Basert på erfaringene og identifiserte svakheter i MSG-2 ble MSG-3, og første gang publisert i 1980. Siden da har det kun vært oppdateringer av MSG-3. Metoden endret da karakter til en ovenfra-og-ned-tilnærming (“top-down”) ved å fokusere på *konsekvenser av feil*.

Det er verdt å merke seg at RCM-metoden ble utviklet i parallel med MSG. Mens MSG-3 har blitt en metode som kun benyttes innen luftfart, har RCM et lang bredere anvendelsesområde. Og dersom man ser bort fra flyindustrien, er det kun RCM man snakker om når det gjelder metodisk tilnærming slik MSG la opp til. Første RCM publikasjon var i 1978.

MSG-3 er et dokument utviklet av Airlines For America (tidligere Air Transport Association eller ATA). Dokumentet presenterer en metodikk for å utvikle et forebyggende vedlikeholdsprogram med planlagte vedlikeholdsoppgaver og intervaller som vil være akseptable for reguleringsmyndighetene, operatørene og produsentene.

Hovedideen bak dette konseptet er å ta utgangspunkt i den innebygde påliteligheten til systemer og komponenter, unngå unødvendige vedlikeholdsoppgaver, og øke effektivitetene. Noen underliggende prinsippene er:

- Vedlikehold er bare effektivt hvis vedlikeholdsoppgavene har en mening
- Man oppnår ingen forbedring av påliteligheten ved overdrevt vedlikehold
- Unødvendige oppgaver kan også medføre menneskelige feil
- For komplekse systemer er det sjeldent at slitasje er den dominerende feilårsaken
- Generelt er overvåking mer effektivt enn overhaling/utskifting ved faste intervaller, dvs bruk av tilstandsabsert vedlikehold
- Pålitelighet kan kun bedres ved modifikasjon
- Vedlikehold er kanskje ikke nødvendig dersom det er billigere å kjøre til svikt

MSG-3 er mye brukt til å utvikle et innledende vedlikeholdsprogram for moderne kommersielle fly. Dette programmet utvikles som en del av prosessen med typesertifisering.

Innholdsmessig er MSG-3 dokumentet langt mindre konkret enn dokumenter som beskriver RCM. Mens RCM legger stor vekt på en FMECA, har MSG-3 ingen slik systematisk gjennomgang av feilmoder, feilmekanismer og feilårsaker. Det er også verdt å merke seg at terminologi i MSG-3 er annerledes enn vanlig terminologi som brukes innenfor RAMS-området. Spesielt kan man merke seg bruken av begrepet “functional failure”. Dette begrepet svarer nok mer til begrepet “feilmode” slik vi bruker det i FMECA-analysen, hvor feilmode beskriver hvordan funksjon ikke kan oppnås, f eks FTO = Fail To Open = Åpner ikke (ventil).

Kapittel 8

Vedlikeholdsoptimalisering

8.1 Innledende definisjoner

- Vedlikehold
 - En kombinasjon av alle tekniske og administrative aktiviteter, inkludert ledelsesaktiviteter, som har til hensikt å *opprettholde* eller *gjenvinne* en tilstand som gjør en enhet i stand til å utføre en krevd funksjon
- Forebyggende vedlikehold
 - Vedlikehold som utføres etter forutbestemte intervaller eller ifølge forutbestemte kriterier, og som har til hensikt å forlenge levetider, redusere sannsynligheten for svikt eller funksjonsnedsetting (degradering).
- Korrigerende vedlikehold
 - Vedlikehold som utføres etter at en feil (tilstand) er oppdaget, og som har til hensikt å bringe en enhet tilbake i en tilstand som gjør det mulig å utføre en krevd funksjon
- Vedlikeholdsoptimalisering
 - *Balansering* av fordeler og ulemper ved å utføre vedlikehold

8.1.1 Sviktintensitet

Sviktintensiteten uttrykker den betingede sannsynligheten for at en enhet som fortsatt fungerer svikter i et lite tidsintervall. Vi benytter notasjonen $z(t)$ for å uttrykke sviktintensiteten. Sviktintensiteten kan uttrykkes ved hjelp av sannsynlighetstettheten og overlevelsessannsynligheten ved følgende relasjon:

$$z(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Pr(t \leq T < t + \Delta t | t > T)}{\Delta t} = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{f(t)}{1 - F(t)} \quad (8.1)$$

Merk at vi fra denne ligningen kan skrive

$$z(t)\Delta t \approx \Pr(t \leq T < t + \Delta t | t > T) \quad (8.2)$$

som betyr at sviktintensiteten multiplisert med lengden av et kort tidsintervall, $[t, t + \Delta t]$, er tilnærmet lik sannsynligheten for at enheten svikter i intervallet, gitt at den fortsatt lever ved tidspunkt t .

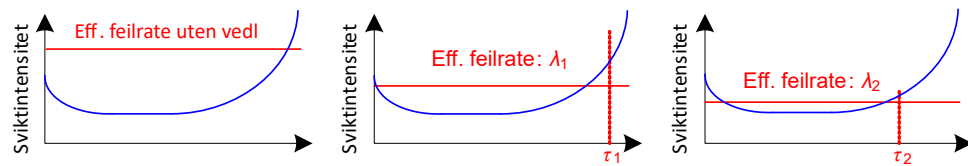
Merk at vi også kan fortolke sviktintensiteten som den *betingede* sannsynligheten for svikt i et lite tidsintervall gitt at enheten har overlevd tiden t , og så dividert på lengden av dette intervallet.

Ofte betegnes sviktintensiteten for badekarskurven ut fra den karakteristiske formen vist i figuren.

- Dersom sviktintensiteten øker med alderen på denne måten, betyr dette at det blir større og større sannsynlighet for at enheten svikter i et kort tidsintervall
- Dersom vi erstatter en gammel enhet med en ny enhet, betyr dette at vi kan sette tilbake kurven til en lavere verdi
- Selv om vi har en liten økning i feilsannsynligheten rett etter et slikt bytte i følge badekarskurven, vil vi kunne opprettholde en lav *effektiv feilrate* ved å "kutte bort" høyre del av badekarskurven
- Dette er hva som ligger i en kalenderbasert forebyggende vedlikeholdsstrategi

8.1.2 Effektiv feilrate

Effektiv feilrate, $\lambda_E(\tau)$, er forventet antall svikt per tidsenhet (ubetinget feilrate) som funksjon av vedlikeholdsintervallet τ . Hvordan vi resonnerer rundt effektiv feilrate avhenger av situasjonen vi har. Den enkleste situasjoner er hvor vi har en komponent som har økende sviktintensitet, $z(t)$. Dersom vi ikke foretar forebyggende utskifting (til venstre i figuren under), og skifter enheten ved svikt, vil vi sitte igjen med en relativt høy effektiv feilrate. Dersom vi bytter enheten med en ny med tidsintervall τ_1 (i midten i figuren under), vil vi kunne kvitte oss med litt av høyre del av badekarskurven, og få en litt lavere effektiv feilrate. Dersom vi korter enda mer ned på intervallet, f.eks. til tidsintervall τ_2 (til høyre i figuren), får vi en enda lavere effektiv feilrate. Effektiv feilrate, $\lambda_E(\tau)$, er forventet antall svikt per tidsenhet (ubetinget feilrate) som funksjon av vedlikeholdsintervallet τ .



Figur 8.1: Effektiv feilrate ved ulike intervaller

Notasjonsmessig benytter vi indekser:

- N = “Naked”, dvs uten vedlikehold
- E = Effektiv feilrate, dvs feilraten vi vil ha med et forebyggende vedlikeholdsopplegg

Merk sammenhengen med MTTF = Midlere tid til svikt:

- $\lambda_N = 1/\text{MTTF}_N$
- $\lambda_E(\tau) = 1/\text{MTTF}_E(\tau)$

Vi har:

- $\lambda_E(\tau) < \lambda_N$
- $\text{MTTF}_E(\tau) > \text{MTTF}_N$

8.1.3 Områder for bruk av vedlikeholdsoptimalisering

- Optimalt intervall for vedlikehold
- Prioritering av fornyelsesoppgaver under økonomiske restriksjoner
- Valg av antall reservedeler, plassering av reservedeler
- Sted for utføring av vedlikehold, (i) ute på stedet, (ii) ved vedlikeholdsbaser
- Gruppering av vedlikeholdsoppgaver

8.2 Motivasjonseksempel

8.2.1 Beskrivelse av motivasjonseksempel

- Betrakter en komponent med økende sviktintensitet, $z(t)$
- Ved å bytte enheten ved faste tidsintervall av lengde τ , kan vi “kutte bort” litt av høyre del av badekarskurven
- Effektiv feilrate, $\lambda_E(\tau)$, er nå forventet antall svikt per tidsenhet som funksjon av vedlikeholdsintervallet, τ
- Antagelser
 - Effektive feilrate = $\lambda_E(\tau) = \tau / 100$
 - Kostnaden for å bytte enheten forebyggende er $C_{PM} = 1\,000$ kroner
 - Kostnaden for å rette en feil er ti ganger høyere, dvs $C_{CM} = 10\,000$ kroner

Merk forkortelsene PM = Preventive Maintenance (forebyggende vedlikehold), og CM = Corrective Maintenance (korrigerende vedlikehold)

8.2.2 Kostnadsfunksjon

For å finne optimalt intervall forsøker vi å sette opp et matematisk uttrykk for forventede kostnader per tidsenhet, $C(\tau)$, som funksjon av vedlikeholdsintervallet, τ .

For eksemplet vårt får vi:

$$C(\tau) = C_{PM} / \tau + C_{CM} \lambda_E(\tau) = 1 / \tau + \tau / 10$$

For å finne optimalt intervall ønsker vi å minimere $C(\tau)$, med hensyn på τ . Vi kan velge mellom tre tilnærminger:

- Analytisk minimering (derivasjon)
- Numerisk minimering med f.eks MS Excel eller Python
- Plotte $C(\tau)$ og lese av verdien av τ som minimerer $C(\tau)$

8.2.3 Analytisk løsning

Vi tar utgangspunkt i kostnadsfunksjonen:

$$C(\tau) = C_{PM} / \tau + C_{CM} \cdot \lambda_E(\tau) = 1 / \tau + \tau / 10 \quad (8.3)$$

Ved å ta den deriverte av kostnadsfunksjonen og sette lik 0, finner vi verdien som minimerer kostnadene:

$$\frac{dC(\tau)}{d\tau} = \frac{-1}{\tau^2} + \frac{1}{10} = 0 \Rightarrow \tau = \sqrt{10} \approx 3.16 \quad (8.4)$$

8.3 Intervalloptimalisering - Foreløpig generell modell

I dette avsnittet vil vi presentere en generell modell som kan benyttes ved “tidsfastsatt” vedlikehold. Det betyr at vi i RCM-beslutningslogikken har identifisert at vi ikke kan benytte tilstandsbasert vedlikehold, men at vi antar at komponentene styres av en underliggende aldringsprosess som til slutt leder til svikt, dvs vi har en modell hvor vi legger “badekarskurven” til grunn.

Hovedtilnærming for vedlikeholdsoptimalisering i dette kurset er å velge intervall for vedlikehold som minimerer de totale kostnader. Følgende prinsipp benyttes:

- Sett opp et matematisk uttrykk, $C(\tau)$, for forventede kostnader per tidsenhet som funksjon av vedlikeholdsintervallet, τ
- Finn den verdien av τ som minimerer $C(\tau)$

8.3.1 Grunnelementer i modellen

- Vedlikeholdsintervall, τ
- Effektiv feilrate, $\lambda_E(\tau)$ = forventet antall svikt per tidsenhet som funksjon av vedlikeholdsintervall
- Kostnad for å utføre en FV, C_{PM}
- Kostnad for å utføre en KV, C_{CM}
- Sannsynlighet for at vi får systemsvikt gitt komponentsvikt
- Konsekvens av systemsvikt
 - Sikkerhet (kroneverdi)
 - Punktlighet/tilgjengelighet (kroneverdi)
 - Materielle tap (havari med mer, kroneverdi)

8.3.2 Intervalloptimalisering - Standardmodell

Ofte kan kostnadsligningen skrives på følgende form:

$$C(\tau) = C_{PM} / \tau + \lambda_E(\tau) [C_{CM} + C_{EP} + C_{ES} + C_{EM}]$$

hvor

- C_{PM} er kostnad for forebyggende vedlikehold (preventive maintenance)
- C_{CM} er kostnad for korrigerende vedlikehold (corrective maintenance)
- C_{EP} er forventet produksjonstap (evt punktlighetstap) ved en svikt
 - $C_{EP} = \Pr(P) \cdot (C_P \cdot \text{MDT} + C_T)$
 - $\Pr(P)$ er sannsynligheten for at en komponentsvikt leder til produksjonstap (punktlighetstap osv)
 - C_P er kostnaden per time systemet er nede
 - MDT er midlere nedetid til komponenten etter en svikt (i timer)
 - C_T er fast kostnad ved at systemet går ned (trip), uavhengig av nedetid
- C_{ES} er forventet sikkerhetstap ved en svikt, og kan ofte skrives:
 - $C_{ES} = \Pr(S) \cdot C_S$
 - $\Pr(S)$ er sannsynligheten for at komponentsvikt leder til en hendelse kritisk for sikkerhet
 - C_S er tilhørende kostnad gitt at sikkerhetshendelse inntreffer
- C_{EM} er tilhørende forventede materielle tap ved en komponentsvikt

8.4 Effektiv feilrate

8.4.1 Hvordan finne effektiv feilrate?

Modell for effektiv feilrate avhenger av type vedlikehold:

- Aldersbestemt utskifting/overhaling
- Funksjonstest for skjulte funksjoner
- Tilstandskontroll
 - Gradvis feilutvikling, følger feilutviklingen over tid

- Rask feilutvikling, skifter (raskt) ved “potensiell” feil: PF-modellen

Merk at vi her kun ser på den første situasjonen. Dersom du vil skrive BSc-oppgave på vedlikeholdsoptimalisering kan du sette deg inn i modeller som også er anvendbare for de to siste situasjonene.

8.4.2 Aldersbestemt utskifting/overhaling

Følgende enkle modell kan ofte benyttes:

- Anslå midlere tid til feil, MTTF, uten vedlikehold ($=MTTF_N$)
- Anslå grad av aldring, liten ($\alpha = 2$), middels ($\alpha = 3$), sterk ($\alpha = 4$)

Hjelp til å avgjøre grad av aldring

- **Lav:** Det er mange ulike feilmekanismer som kan lede til svikt
- **Middels:** Det er 2-3 feilmekanismer som kan lede til svikt
- **Sterk:** Det er i hovedsak en feilmekanisme som kan lede til svikt, og det er begrenset “variasjon” i påtrykksvariable for denne feilmekanismen

8.5 Løsning av standardmodell

Dersom vi har kostnadsmodellen på følgende format:

$$C(\tau) = C_{PM}/\tau + \lambda_E(\tau)[C_{CM} + C_{EP} + C_{ES} + C_{EM}] \quad (8.5)$$

hvor den effektive feilraten kan skrives på formen:

$$\lambda_E(\tau) = \left(\frac{\Gamma(1 + 1/\alpha)}{MTTF} \right)^\alpha \tau^{\alpha-1} \quad (8.6)$$

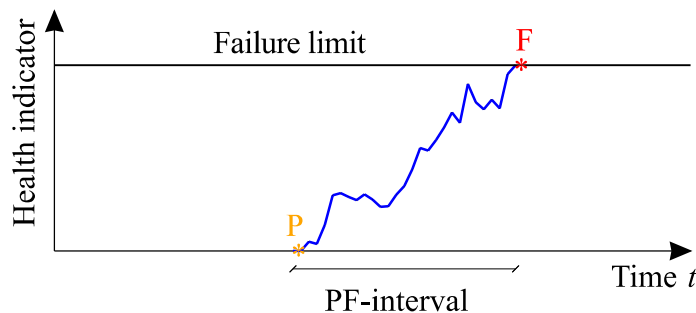
og hvor $\Gamma(x)$ = gammafunksjonen, og finnes ved $\Gamma(x) = \mathbf{Gamma}(x)$, kan vi finne en analytisk løsning ved å derivere kostnadsfunksjonen, sette den lik 0, og løse mht τ . Dette gir:

$$\tau = \frac{MTTF}{\Gamma(1 + 1/\alpha)} \sqrt[\alpha]{\frac{C_{PM}}{(\alpha - 1)(C_{CM} + C_{EP} + C_{ES} + C_{EM})}} \quad (8.7)$$

8.6 Prediktivt vedlikehold og PF-modellen

PF-modellen er en av de klassiske modellene innen prediktivt vedlikehold. Den grunnleggende ideen i vår kontekst er at svikt blir sett på som en to-fase prosess. I første del av prosessen er det svært liten degradering. Men så kan enheten bli utsatt for en liten skade som utvikler seg. Tidspunktet det er mulig å oppdage en slik skade betegnes en potensiell feil (P=Potential failure). Denne skaden vil så utvikle seg forholdsvis raskt slik at enheten til slutt svikter (F=Failure). [Backer and Christer \(1994\)](#) presenterer en gjennomgang av modeller basert på PF-intervallkonseptet.

Figur 8.2 illustrerer PF-modellen. På y-aksen bruker vi begrepet “helseindikator”, mens i andre presentasjoner brukes begrepet “feilutvikling”. Tanken er at det er “noe” som kan brukes til å oppdage en kommende svikt, f eks vibrasjon, sprekker, slitasje eller korrosjon.



Figur 8.2: PF-modell

Punktet “P” indikerer en potensiell feil, det vil si tidspunktet hvor en kommende svikt er observerbar. Tidsintervallet fra feilen først kan observeres, og til en svikt oppstår er ofte betegnet PF-intervallet. Vi vil i det følgende betegne denne situasjonen “PF” situasjonen fordi PF-intervallet vil være sentralt i forståelsen av effektive vedlikeholdsstrategier. Et eksempel kan være en skinne som er utsatt for en kombinasjon av tretthet og en hjulslag som setter initialiserer en sprekk (potensiell feil, P). Slike sprekker kan imidlertid oppdages ved ultralydinspeksjon, og forhåpentligvis vil vi oppdage sprekken før den utvikler seg til et skinnebrudd. Merk at hvis det ikke utføres vedlikehold, vil tiden til feil ha en økende sviktintensitet (IFR).

For å fastslå den effektive feilraten tar vi utgangspunkt i de to punktene “P” og “F” i Figur 8.2 er stokastiske variabler. Dette betyr at det er tilfeldig når en potensiell feil oppstår og tiden det tar før den utvikler seg til en feil. PF-intervallet er derfor også stokastisk, og betegnes T_{PF} . Tenk for eksempel på en skinne der en sprekk kan initialiseres på forskjellige måter steder på skinnen, og dermed tiden før sprekken “når overflaten” vil variere. En annen situasjonen er der sprekkutbredelsen avhenger av belastningen, for eksempel antall tunge aksler som passerer sporet.

Periodisk inspeksjon utføres med intervaller av lengde τ for å oppdage potensielle feil. Lengden på inspeksjonsintervallene bør ikke være lengre enn gjennomsnittlig PF-intervall. Men siden PF-intervallet varierer fra gang til gang, og fordi det også er sannsynlighet at en potensiell svikt ikke avdekkes under en inspeksjon, bør inspeksjonsintervallet være kortere enn gjennomsnittlig PF-intervall. En forutsetning for å bruke PF-intervallene i vedlikehold planlegging er at en feil blir varslet av en forringelse i ytelsen, eller en indikator variabelen varsler om feilen. En slik variabel kan være vibrasjoner, sprekker, økt temperatur osv.

Følgende mengder vil være relevante ved beregning av den effektive feilraten som funksjon av vedlikeholdsintervallet (τ):

- Gjennomsnittlig PF-intervalllengde, E_{PF}
- Standardavvik i PF-intervalllengde, SD_{PF}
- Sannsynlighet for at en eksisterende sprekk (eller en annen advarselssituasjon) vil bli oppdaget av en inspeksjon, $p_I = 1 - q_I$, gitt at det er mulig å oppdage sprekken ved tilstandsovervåking metode
- Intervall-lengde mellom inspeksjoner, τ
- Frekvens av potensielle feil, f_P

Effektiv feilrate er gitt ved:

$$\lambda_E(\tau) = f_P Q_0(\tau, E_{PF}, SD_{PF}, q_I) \quad (8.8)$$

hvor $Q_0(\tau, E_{PF}, SD_{PF}, q_I)$ er sannsynligheten for at vedlikeholdsstrategien ikke oppdager en potensiell feil før det er for sent. Å beregne $Q_0(\tau, E_{PF}, SD_{PF}, q_I)$ krever en numerisk rutine som vi ikke presenterer her.

For å optimere inspeksjonsintervallet trenger vi også å beregne raten av fornyelser:

$$\rho_E(\tau) = f_P [1 - Q_0(\tau, E_{PF}, SD_{PF}, q_I)] \quad (8.9)$$

Kostnadsfunksjonen som skal minimeres er da gitt ved:

$$C(\tau) = C_I/\tau + \lambda_E(\tau)C_F + \rho_E(\tau)C_R \quad (8.10)$$

hvor C_I er kostnaden for en inspeksjon, C_F er kostnaden for en svikt, og C_R er kostnaden for å utbedre en potensiell feil, dvs før den har gått til en svikt.

Oppgaver

Oppgave 8.1 Registerreim

I denne øvingen skal vi finne intervall for skifte av registerreim. Vi antar at vi har ikke-observerbar feilutvikling, og at det er *middels* aldring, dvs: aldringsparamter $\alpha = 3$. Videre antas at midlere tid til feil er gitt ved $MTTF = MTTF_N = 175\,000$ km

Kostnadselement som skal benyttes er:

- FV kostnad = $C_{PM} = 7\,000$ kr
- KV kostnad = $C_{CM} = 35\,000$ kr

- Sett opp kostnadsligningen som skal benyttes for å fastsette optimalt intervall.
- Deriver kostnadsligningen, sett den deriverte lik 0, og finn en analytisk løsning.
- Finn løsningen ved å bruke problemløseren i MS Excel eller bruke en minimeringsrutine i Python.
- Finn løsningen ved å plote grafisk kostnadselementene, og les av minimumspunktet grafisk.



Figur 8.3: Registerreim

Oppgave 8.2 Betrakt oppgave 8.1 under vedlikeholdsoptimalisering, og legg inn følgende tilleggsinformasjon:

- $\Pr(\text{Trenger leiebil} | \text{Havari}) = 0.1 = 10\%$
- Leiebilkost = 5 000 dersom vi trenger leiebil
- $\Pr(\text{Forbikjøring} | \text{Havari}) = 0.005 = 0.5\% = \text{Sannsynligheten for at registerreima ryker under en forbikjøring, gitt at den ryker}$

- $\Pr(\text{Kollisjon} \mid \text{Forbikjøring} \mid \text{Havari}) = 0.2 = 20\% = \text{Sannsynligheten for at vi kolliderer i en slik forbikjøringssituasjon}$
 - $C_{\text{Kollisjon}} = 25 \text{ millioner kroner} = \text{Kostnad dersom vi kolliderer}$
- a) Uten beregninger, avgjør om optimalt intervall blir kortere eller lengre sammenlignet med svaret i oppgave 8.1.
- b) Sett opp kostnadsligningen, og finn optimalt intervall i denne situasjonen

Bibliography

Backer, R. and Christer, A. (1994). Review of delay-time or modelling of engineering aspects of maintainanance. *European Journal of Operation Research*, 73:407–442.

Pedersen, V. (2020). Cmms - computerized maintenance management systems, lecture notes. Technical report.