

FLYT1102 - Løsninger RAMS-oppgaver

Kontakt: Jørn Vatn
eMail: jorn.vatn@ntnu.no

Oppdatert January 24, 2025

Oppgave 2.1

a) La T være levetiden til komponenten. Fra kurskompendiet har vi at kumulativ fordelingsfunksjon for en generell Weibullfordelt variabel X er gitt ved:

$$F_X(x) = 1 - e^{-(\lambda x)^\alpha} \quad (1)$$

For levetider benytter vi ofte bokstaven T om levetider, og vi har da

$$F_T(t) = 1 - e^{-(\lambda t)^\alpha} \quad (2)$$

og overlevelsessannsynligheten er gitt ved:

$$R(t) = 1 - F_T(t) = e^{-(\lambda t)^\alpha} \quad (3)$$

Sviktintensiteten er gitt ved

$$z(t) = \alpha \lambda^\alpha t^{\alpha-1} \quad (4)$$

Dersom enheten er eksponensialfordelt vil $\alpha = 1$. Dette gir:

$$R(t) = e^{-\lambda t} \quad (5)$$

Sviktintensiteten er gitt ved

$$z(t) = \lambda = \text{konstant} \quad (6)$$

hvor $\lambda = 1/\text{MTTF}$.

Se Excel-fil for beregning av $R(t) = e^{-\lambda t}$ for $t = 10$ timer.

b) Overlevelsessannsynligheten $R(t)$ angir sannsynligheten for at en ny enhet overlever t tidsenheter. Dersom vi vet at enheten har overlevd t tidsenheter og vi ønsker å finne ut sannsynligheten for at den vil overleve x nye tidsenheter fra tidspunktet t kan vi beregne:

$$\begin{aligned} R(x|t) &= \Pr(T > t+x | T > t) = \Pr(T > t+x \cap T > t) / \Pr(T > t) \\ &= \Pr(T > t+x) / \Pr(T > t) = R(t+x) / R(t) \end{aligned} \quad (7)$$

Her har vi benyttet setningen som sier at $\Pr(A|B) = \Pr(A \cap B)/\Pr(B)$. Når vi ser på hendelsen $\{T > t + x \cap T > t\}$ så skal vi både ha at $T > t + x$ og $T > t$, og dersom T skal være større enn $t + x$ så må jo også T være større enn t , og derfor vil $\{T > t + x \cap T > t\}$ være lik $\{T > t + x\}$, og resultatet i ligning (7) følger av dette.

For eksponensialfordelingen er $R(t) = e^{-\lambda t}$ og vi har

$$R(x|t) = \Pr(T > t + x | T > t) = R(t + x)/R(t) = e^{-\lambda(t+x)}/e^{-\lambda t} = e^{-\lambda x} \quad (8)$$

Som viser at sannsynligheten for at en enhet som er t tidsenheter gammel vil overleve nye x tidsenheter er det samme som at en ny vil overleve x tidsenheter. Det betyr at eksponensialfordelingen ikke har noen husk. Svaret i b) er derfor lik svaret i a).

c) Sannsynligheten for at komponenten ikke overleverer flyturen er $1 - R(x|t)$.

Oppgave 2.2

Vi har at $MTTF = \Gamma(1 + 1/\alpha)/\lambda$ som gir at $\lambda = \Gamma(1 + 1/\alpha)/MTTF$. Vi bruker nå de samme formlene som for Oppgave 2.1, men hvor vi bruker $R(t)$ og $z(t)$ for Weibullfordelingen, dvs vi setter $\alpha = 3$. Vi bruker samme regneark, men endrer aldriingsparameteren α .

Oppgave 2.3

Her bruker vi også samme regneark, men nå setter vi $t = 7500$ for å se på situasjonen når vi starter flyturen og vi har nærmet oss MTTF. Da ser vi at sannsynligheten for svikt blir betydelig større, og dersom vi erstatter med en ny enhet, setter vi inn for $t = 10$ i $R(t)$ -ligningen og får en svært lav sannsynlighet for svikt, som viser at forebyggende vedlikehold kan redusere risikoen betydelig.

I Excel-fila har vi også beregnet sannsynligheten for svikt som funksjon av når vi gjør vedlikehold. Dvs sviktsannsynligheten på “den siste turen” før vi bytter enheten.