



Norwegian University of  
Science and Technology

# MAST2012

Diagnose/Prognoser med bruk av tilstandsdata  
Jørn Vatn/Mars 2026

# Repetisjon

Vedlikehold defineres som en kombinasjon av alle tekniske og administrative aktiviteter, inkludert ledelsesaktiviteter som har til hensikt å opprettholde eller gjenvinne en tilstand som gjør en enhet i stand til å utføre en krevd funksjon.

# Repetisjon

Vedlikehold defineres som en kombinasjon av alle tekniske og administrative aktiviteter, inkludert ledelsesaktiviteter som har til hensikt å opprettholde eller gjenvinne en tilstand som gjør en enhet i stand til å utføre en krevd funksjon. Vi skiller mellom:

- ▶ *Forebyggende vedlikehold:* Vedlikehold som utføres for å vurdere og/eller minske degraderingen og redusere sannsynligheten for svikt i en enhet

# Repetisjon

Vedlikehold defineres som en kombinasjon av alle tekniske og administrative aktiviteter, inkludert ledelsesaktiviteter som har til hensikt å opprettholde eller gjenvinne en tilstand som gjør en enhet i stand til å utføre en krevd funksjon. Vi skiller mellom:

- ▶ *Forebyggende vedlikehold:* Vedlikehold som utføres for å vurdere og/eller minske degraderingen og redusere sannsynligheten for svikt i en enhet
- ▶ *Korrigerende vedlikehold:* Vedlikehold som utføres etter at en feil er funnet, og som har som formål å gjenopprette en enhet til en tilstand der den kan oppfylle krevd funksjon

# Forebyggende vedlikehold

For forebyggende vedlikehold skiller vi mellom:

# Forebyggende vedlikehold

For forebyggende vedlikehold skiller vi mellom:

- ▶ *Forhåndsbestemt vedlikehold*: Forebyggende vedlikehold som utføres i henhold til etablerte tidsintervaller eller antall bruksenheter, men uten forutgående tilstandsundersøkelser

# Forebyggende vedlikehold

For forebyggende vedlikehold skiller vi mellom:

- ▶ *Forhåndsbestemt vedlikehold*: Forebyggende vedlikehold som utføres i henhold til etablerte tidsintervaller eller antall bruksenheter, men uten forutgående tilstandsundersøkelser
- ▶ *Tilstandsbasert vedlikehold*: Forebyggende vedlikehold som omfatter vurdering av fysisk tilstand, analyse og mulige påfølgende vedlikeholdstiltak

# Forebyggende vedlikehold

For forebyggende vedlikehold skiller vi mellom:

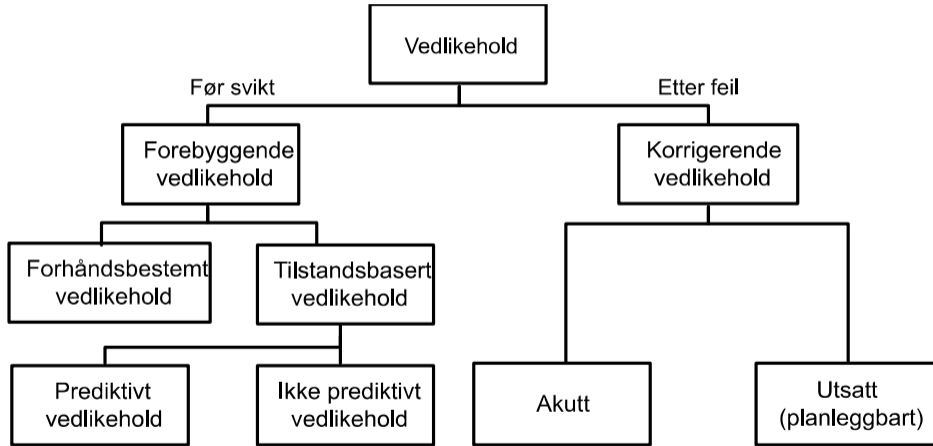
- ▶ *Forhåndsbestemt vedlikehold*: Forebyggende vedlikehold som utføres i henhold til etablerte tidsintervaller eller antall bruksenheter, men uten forutgående tilstandsundersøkelser
- ▶ *Tilstandsbasert vedlikehold*: Forebyggende vedlikehold som omfatter vurdering av fysisk tilstand, analyse og mulige påfølgende vedlikeholdstiltak, hvor vi igjen skiller mellom:
  - ▶ *Prediktivt vedlikehold*: Tilstandsbasert vedlikehold som utføres etter en prognose utledet av gjentatt analyse eller kjente egenskaper og evaluering av de vesentlige parameterne for degradering av enheten

# Forebyggende vedlikehold

For forebyggende vedlikehold skiller vi mellom:

- ▶ *Forhåndsbestemt vedlikehold*: Forebyggende vedlikehold som utføres i henhold til etablerte tidsintervaller eller antall bruksenheter, men uten forutgående tilstandsundersøkelser
- ▶ *Tilstandsbasert vedlikehold*: Forebyggende vedlikehold som omfatter vurdering av fysisk tilstand, analyse og mulige påfølgende vedlikeholdstiltak, hvor vi igjen skiller mellom:
  - ▶ *Prediktivt vedlikehold*: Tilstandsbasert vedlikehold som utføres etter en prognose utledet av gjentatt analyse eller kjente egenskaper og evaluering av de vesentlige parameterne for degradering av enheten
  - ▶ *Ikke prediktivt vedlikehold*: Tilstandsbasert vedlikehold hvor det ikke finnes en prognose for utvikling av degradering

# Vedlikehold



# Prediktivt vedlikehold

Tilstandsbasert vedlikehold som utføres etter en prognose utledet av gjentatt analyse eller kjente egenskaper og evaluering av de vesentlige parameterne for degradering av enheten. Vi har tre viktige elementer:

1. Tidligdeteksjon (anomaly detection). På et tidlig tidspunkt avdekke avvik fra normalsituasjonen. Utfordringen er å skille støy i måledata fra underliggende trender.

# Prediktivt vedlikehold

Tilstandsbasert vedlikehold som utføres etter en prognose utledet av gjentatt analyse eller kjente egenskaper og evaluering av de vesentlige parameterne for degradering av enheten. Vi har tre viktige elementer:

1. Tidligdeteksjon (anomaly detection). På et tidlig tidspunkt avdekke avvik fra normalsituasjonen. Utfordringen er å skille støy i måledata fra underliggende trender.
2. Diagose. Avdekke hvilke deler av systemet som har defekter, og hvilke feilmekanismer som er til stede.

# Prediktivt vedlikehold

Tilstandsbasert vedlikehold som utføres etter en prognose utledet av gjentatt analyse eller kjente egenskaper og evaluering av de vesentlige parameterne for degradering av enheten. Vi har tre viktige elementer:

1. Tidligdeteksjon (anomaly detection). På et tidlig tidspunkt avdekke avvik fra normalsituasjonen. Utfordringen er å skille støy i måledata fra underliggende trender.
2. Diagose. Avdekke hvilke deler av systemet som har defekter, og hvilke feilmekanismer som er til stede.
3. Prognose. Etablere modeller som beskriver feilutvikling, og tid til en kritisk tilstand vil oppstå.

# Tidligdeteksjon (anomaly detection)

- ▶ Vi har ofte to ulike situasjoner:
  1. Vi kan bruke rådata, for eksempel trykk, temperatur, sprekk lengde

# Tidligdeteksjon (anomaly detection)

- ▶ Vi har ofte to ulike situasjoner:
  1. Vi kan bruke rådata, for eksempel trykk, temperatur, sprekk lengde
  2. Vi må ta ut egenskaper fra rådataene (feature extraction). Typisk har vi vibrasjonsdata, og vi trekker ut FFT, wavelet funksjoner og lignende

# Tidligdeteksjon (anomaly detection)

- ▶ Vi har ofte to ulike situasjoner:
  1. Vi kan bruke rådata, for eksempel trykk, temperatur, sprekk lengde
  2. Vi må ta ut egenskaper fra rådataene (feature extraction). Typisk har vi vibrasjonsdata, og vi trekker ut FFT, wavelet funksjoner og lignende
- ▶ Vi har også to hovedtilnærminger
  1. Bruk av fysiske modeller, dette betegnes ofte “First principle”-tilnærming

# Tidligdeteksjon (anomaly detection)

- ▶ Vi har ofte to ulike situasjoner:
  1. Vi kan bruke rådata, for eksempel trykk, temperatur, sprekk lengde
  2. Vi må ta ut egenskaper fra rådataene (feature extraction). Typisk har vi vibrasjonsdata, og vi trekker ut FFT, wavelet funksjoner og lignende
- ▶ Vi har også to hovedtilnærminger
  1. Bruk av fysiske modeller, dette betegnes ofte “First priciple”-tilnærming
  2. Bruk av maskinlæring

# Eksempel: Elektrisk transformator

- ▶ Eksempler og figurer her er hentet fra [sintef.no/projectweb/monitorx](https://sintef.no/projectweb/monitorx)

# Eksempel: Elektrisk transformator

- ▶ Eksempler og figurer her er hentet fra [sintef.no/projectweb/monitorx](https://sintef.no/projectweb/monitorx)
- ▶ Tre viktige variabler overvåkes:
  1. Hot-spot temperature: Høyeste temperatur målt “inne i systemet”

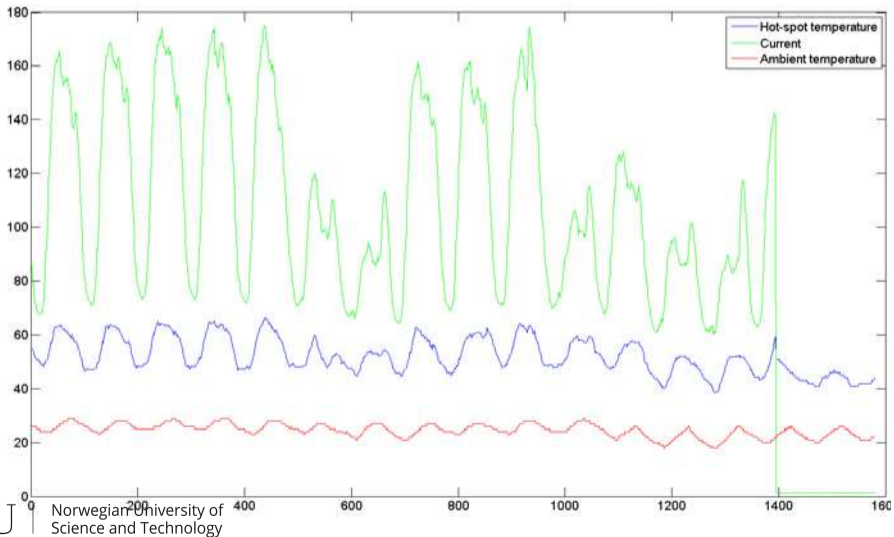
# Eksempel: Elektrisk transformator

- ▶ Eksempler og figurer her er hentet fra [sintef.no/projectweb/monitorx](https://sintef.no/projectweb/monitorx)
- ▶ Tre viktige variabler overvåkes:
  1. Hot-spot temperature: Høyeste temperatur målt “inne i systemet”
  2. Current: Strøm i systemet

# Eksempel: Elektrisk transformator

- ▶ Eksempler og figurer her er hentet fra [sintef.no/projectweb/monitorx](https://sintef.no/projectweb/monitorx)
- ▶ Tre viktige variabler overvåkes:
  1. Hot-spot temperature: Høyeste temperatur målt “inne i systemet”
  2. Current: Strøm i systemet
  3. Ambient temperature, dvs. temperatur til omgivelsene

# Rådata



# Tolkning av rådata

- ▶ Fra rådataene er det vanskelig å dra konklusjoner
- ▶ Kurven for hot-spot temperaturen svinger i takt med endringer i de to andre forklaringsvariablene

# Fysisk model

- ▶ Det finnes fysiske modeller for hvordan hot-spot temperaturen utvikler seg

# Fysisk model

- ▶ Det finnes fysiske modeller for hvordan hot-spot temperaturen utvikler seg
- ▶ Disse modellene vil her være representert ved en mengde *differensialligninger*

# Fysisk model

- ▶ Det finnes fysiske modeller for hvordan hot-spot temperaturen utvikler seg
- ▶ Disse modellene vil her være representert ved en mengde *differensialligninger*
- ▶ Differensialligningene inneholder *modell-parametere* (materialegenskaper osv.)

# Fysisk model

- ▶ Det finnes fysiske modeller for hvordan hot-spot temperaturen utvikler seg
- ▶ Disse modellene vil her være representert ved en mengde *differensialligninger*
- ▶ Differensialligningene inneholder *modell-parametere* (materialegenskaper osv.)
- ▶ I en normalsituasjon kan vi bruke de observerte dataene til å estimere disse modellparameterne

## Fysisk model - Prediksjon

- ▶ Når vi kjenner de fysiske modellene (diff.ligningene) og modellparametrene, kan vi predikere utviklingen av hot-spot temperaturen

# Fysisk model - Prediksjon

- ▶ Når vi kjenner de fysiske modellene (diff.ligningene) og modellparametrene, kan vi predikere utviklingen av hot-spot temperaturen
- ▶ Vi kan også sammenligne predikert verdi mot observert verdi

## Fysisk model - Prediksjon

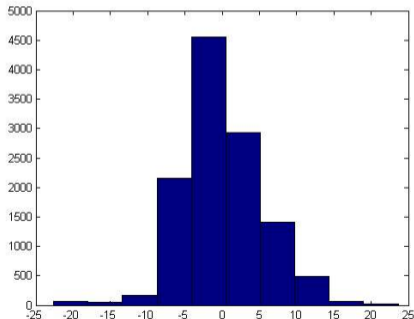
- ▶ Når vi kjenner de fysiske modellene (diff.ligningene) og modellparametrene, kan vi predikere utviklingen av hot-spot temperaturen
- ▶ Vi kan også sammenligne predikert verdi mot observert verdi
- ▶ Avvik mellom predikert verdi og observert verdi betegnes *residualer*

## Fysisk model - Prediksjon

- ▶ Når vi kjenner de fysiske modellene (diff.ligningene) og modellparametrene, kan vi predikere utviklingen av hot-spot temperaturen
- ▶ Vi kan også sammenligne predikert verdi mot observert verdi
- ▶ Avvik mellom predikert verdi og observert verdi betegnes *residualer*
- ▶ Ved å lage et residualplot, får vi et bilde på spredningen i residualene:

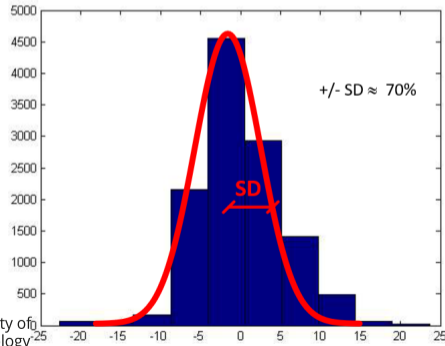
## Fysisk model - Prediksjon

- ▶ Når vi kjenner de fysiske modellene (diff.ligningene) og modellparametrene, kan vi predikere utviklingen av hot-spot temperaturen
- ▶ Vi kan også sammenligne predikert verdi mot observert verdi
- ▶ Avvik mellom predikert verdi og observert verdi betegnes *residualer*
- ▶ Ved å lage et residualplot, får vi et bilde på spredningen i residualene:



# Fysisk model - Prediksjon

- ▶ Når vi kjenner de fysiske modellene (diff.ligningene) og modellparametrene, kan vi predikere utviklingen av hot-spot temperaturen
- ▶ Vi kan også sammenligne predikert verdi mot observert verdi
- ▶ Avvik mellom predikert verdi og observert verdi betegnes *residualer*
- ▶ Ved å lage et residualplot, får vi et bilde på spredningen i residualene:

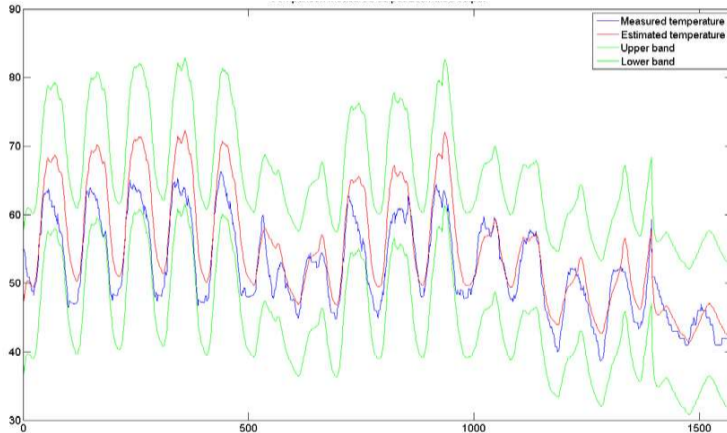


# Fysisk model - Prediksjon

- ▶ Fra residualene kan vi også finne standardavviket (SD), slik at vi kan lage prediksjonsintervaller:

# Fysisk model - Prediksjon

- Fra residualene kan vi også finne standardavviket (SD), slik at vi kan lage prediksjonsintervaller:



# Fysisk model - Prognose

- ▶ Når vi har etablert en fysisk modell, kan vi bruke *residualene* som en helseindikator, (health indicator, HI)

# Fysisk model - Prognose

- ▶ Når vi har etablert en fysisk modell, kan vi bruke *residualene* som en helseindikator, (health indicator, HI)
- ▶ Helseindikatoren vil i normalsituasjonen “svinge” rundt nullpunktet

# Fysisk model - Prognose

- ▶ Når vi har etablert en fysisk modell, kan vi bruke *residualene* som en helseindikator, (health indicator, HI)
- ▶ Helseindikatoren vil i normalsituasjonen “svinge” rundt nullpunktet
- ▶ Så kan vi etter hvert se en systematisk trend

# Fysisk model - Prognose

- ▶ Når vi har etablert en fysisk modell, kan vi bruke *residualene* som en helseindikator, (health indicator, HI)
- ▶ Helseindikatoren vil i normalsituasjonen “svinge” rundt nullpunktet
- ▶ Så kan vi etter hvert se en systematisk trend
- ▶ Ikke rett fram å “påstå” at vi har en trend, men vi har statistiske metoder vi kan benytte med utgangspunkt i standardavviket til residualene

# Fysisk model - Prognose

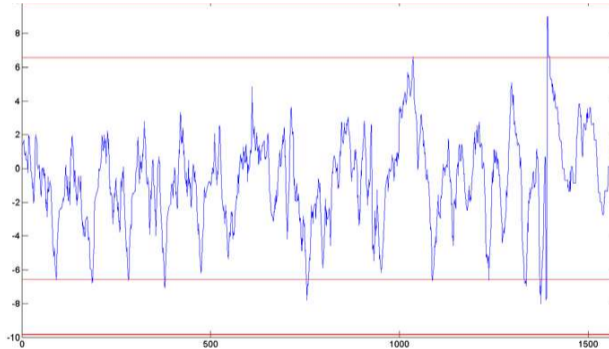
- ▶ Når vi har etablert en fysisk modell, kan vi bruke *residualene* som en helseindikator, (health indicator, HI)
- ▶ Helseindikatoren vil i normalsituasjonen “svinge” rundt nullpunktet
- ▶ Så kan vi etter hvert se en systematisk trend
- ▶ Ikke rett fram å “påstå” at vi har en trend, men vi har statistiske metoder vi kan benytte med utgangspunkt i standardavviket til residualene
- ▶ Og vi kan til slutt også lage prognoser for feilutvikling, selv om det er vanskelig å avgjøre tid til svikt, mer om det senere

# Fysisk model - Prognose

- ▶ Prognosemodellen nedenfor for HI er her basert på maskinlæring, men samme prinsipp som for fysisk modell, dvs. vi beregner og plotter residualer:

# Fysisk model - Prognose

- ▶ Prognosemodellen nedenfor for HI er her basert på maskinlæring, men samme prinsipp som for fysisk modell, dvs. vi beregner og plotter residualer:

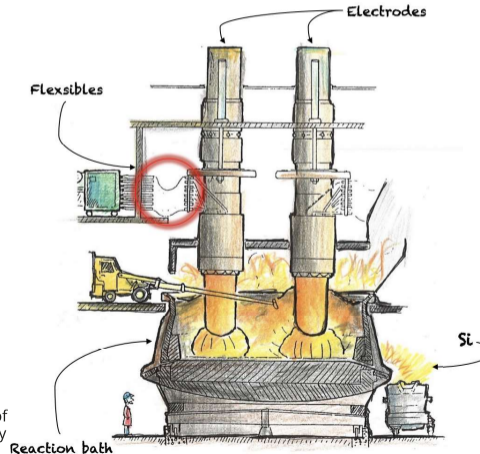


## Øvingsoppgave

- ▶ For å kjøle strømkablene som trengs for å varme en silisiumovn legges disse inn i vannkjølte “fleksibler”:

# Øvingsoppgave

- ▶ For å kjøle strømkablene som trengs for å varme en silisiumovn legges disse inn i vannkjølte “fleksibler”:



## Øvingsoppgave, forts

- ▶ Det er viktig at kjølevæske i fleksiblene flyter uten hindringer

## Øvingsoppgave, forts

- ▶ Det er viktig at kjølevæske i fleksiblene flyter uten hindringer
- ▶ En feilmekanisme er oppflising av kobbertrådene som leder strøm

## Øvingsoppgave, forts

- ▶ Det er viktig at kjølevæske i fleksiblene flyter uten hindringer
- ▶ En feilmekanisme er oppflising av kobbertrådene som leder strøm
- ▶ Etter hvert som tiden går vil oppflisingen medføre at det blir partikler i kjølemediet, noe som reduserer strømmingen (flow)

## Øvingsoppgave, forts

- ▶ Det er viktig at kjølevæske i fleksiblene flyter uten hindringer
- ▶ En feilmekanisme er oppflising av kobbertrådene som leder strøm
- ▶ Etter hvert som tiden går vil oppflisingen medføre at det blir partikler i kjølemediet, noe som reduserer strømmingen (flow)
- ▶ Følgende prosessparametere skal vurderes for å etablere en helseindikator:

## Øvingsoppgave, forts

- ▶ Det er viktig at kjølevæske i fleksiblene flyter uten hindringer
- ▶ En feilmekanisme er oppflising av kobbertrådene som leder strøm
- ▶ Etter hvert som tiden går vil oppflisingen medføre at det blir partikler i kjølemediet, noe som reduserer strømningen (flow)
- ▶ Følgende prosessparametere skal vurderes for å etablere en helseindikator:
  - ▶  $p$  = Trykk (pressure)
  - ▶  $v$  = Strømningsrate (flow rate)
  - ▶  $T$  = Temperatur

## Øvingsoppgave, forts

- ▶ Det er naturlig å tenke seg strømningsraten som den *avhengige* variabelen, mens trykk og temperatur er *forklaringsvariabler*

## Øvingsoppgave, forts

- ▶ Det er naturlig å tenke seg strømningsraten som den *avhengige* variabelen, mens trykk og temperatur er *forklaringsvariabler*
- ▶ Den enkleste sammenhengen er en lineær sammenheng:

$$v = \beta_0 + \beta_1 T + \beta_2 p + \text{støy} \quad (1)$$

## Øvingsoppgave, forts

- ▶ Det er naturlig å tenke seg strømningsraten som den *avhengige* variabelen, mens trykk og temperatur er *forklaringsvariabler*
- ▶ Den enkleste sammenhengen er en lineær sammenheng:

$$v = \beta_0 + \beta_1 T + \beta_2 p + \text{støy} \quad (1)$$

- ▶ hvor  $\beta_0, \beta_1$  og  $\beta_2$  er regresjonskoeffisienter

## Øvingsoppgave, forts

Vi har simulert data for å demonstrere tilnærmingen:

	A	B	C
1	v	T	p
2	101,0	407,0	5319,4
3	100,8	405,6	5352,1
4	101,3	403,7	5289,6
5	100,8	404,3	5343,6
6	101,0	408,8	5320,6
7	100,8	409,6	5351,9
8	100,5	414,1	5374,8
9	100,7	403,9	5347,4

▶ Åpne Excel-fil med treningsdata

## Øvingsoppgave, forts

I Excel kan man estimere  $\beta$ -ene ut fra følgende modell:

$$Y = \beta_0 + \beta_1x_1 + \beta_2x_2 + \beta_3x_3 + \dots + \text{støy} \quad (2)$$

## Øvingsoppgave, forts

I Excel kan man estimere  $\beta$ -ene ut fra følgende modell:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \dots + \text{støy} \quad (2)$$

The image shows the 'Regression' dialog box in Microsoft Excel. The dialog is titled 'Regression' and has a question mark icon and a close button (X) in the top right corner. It is divided into several sections:

- Input:**
  - Input Y Range:** A text box containing '\$B\$1:\$B\$37' with an upward-pointing arrow icon to its right.
  - Input X Range:** A text box containing '\$C\$1:\$D\$37' with an upward-pointing arrow icon to its right.
  - Labels**
  - Constant is Zero**
  - Confidence Level:** A text box containing '95' followed by a '%' sign.
- Output options:**
  - Output Range:** A text box containing '\$J\$15' with an upward-pointing arrow icon to its right.
  - New Worksheet Ply:** A text box.
  - New Workbook**
- Residuals:**
  - Residuals**
  - Standardized Residuals**
  - Residual Plots**
  - Line Fit Plots**
- Normal Probability:**
  - Normal Probability Plots**

On the right side of the dialog, there are three buttons: 'OK' (highlighted in blue), 'Cancel', and 'Help'.

## Øvingsoppgave, forts

Residualer kan estimeres ved:

$$\hat{\varepsilon}_i = \hat{Y}_{i,\text{pred}} - Y_{i,\text{obs}} =$$

## Øvingsoppgave, forts

Residualer kan estimeres ved:

$$\hat{\varepsilon}_i = \hat{Y}_{i,\text{pred}} - Y_{i,\text{obs}} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{i,1} + \hat{\beta}_2 x_{i,2} + \hat{\beta}_3 x_{i,3} + \dots - Y_{i,\text{obs}} \quad (3)$$

## Øvingsoppgave, forts

Residualer kan estimeres ved:

$$\hat{\varepsilon}_i = \hat{Y}_{i,\text{pred}} - Y_{i,\text{obs}} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{i,1} + \hat{\beta}_2 x_{i,2} + \hat{\beta}_3 x_{i,3} + \dots - Y_{i,\text{obs}} \quad (3)$$

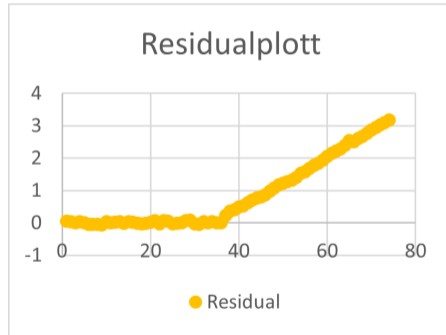
Ut fra residualene beregnet for normalsituasjonen, kan man beregne standardavvik (SD), og benytte f.eks. +/- 3 SD som en kontrollgrense, evt. 3 etterfølgende observasjoner som avviker mer enn +/- ett SD.

## Øvingsoppgave, forts

I Excelfilen er det også gitt simulerte data for en tenkt situasjon i drift. Estimerte verdier for  $\beta$ -ene benyttes for å beregne residualer i det nye datasettet.

## Øvingsoppgave, forts

I Excelfilen er det også gitt simulerte data for en tenkt situasjon i drift. Estimerte verdier for  $\beta$ -ene benyttes for å beregne residualer i det nye datasettet. Residualplottet viser nå:



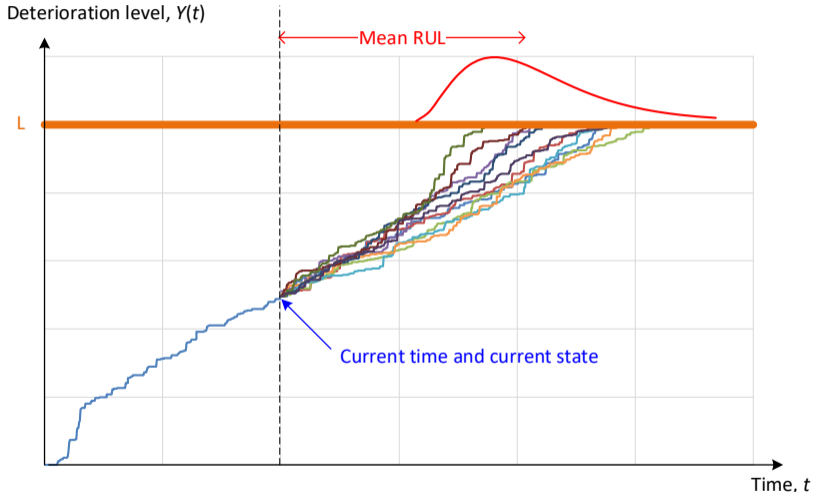
► Vis løsning i Excel

► Vis løsning i Python

# RUL = Remaining Useful Lifetime

- ▶ Prediktivt vedlikehold betyr at vi må etablere prognoser for tilstandsutvikling, og prognoser for tid til svikt
- ▶ Tid til svikt, eller tid til enheten ikke er “nyttig” lenger, betegnes RUL
- ▶ RUL predikeres ut fra nåsituasjonen, både mht. tid og tilstand

# RUL = Remaining Useful Lifetime



# Brownske bevegelser og Wiener-prosessen

Brownske bevegelser er tilfeldig bevegelse av partikler i en væske der kollisjoner mellom partikler resulterer i en kaotisk oppførsel.

# Brownske bevegelser og Wiener-prosessen

Brownske bevegelser er tilfeldig bevegelse av partikler i en væske der kollisjoner mellom partikler resulterer i en kaotisk oppførsel. Brownske bevegelser er beskrevet av en stokastisk prosess med kontinuerlig tid kalt Wiener-prosessen, dvs.  $\{W(t), t \geq 0\}$  er karakterisert ved:

- ▶  $W(0) = 0$

# Brownske bevegelser og Wiener-prosessen

Brownske bevegelser er tilfeldig bevegelse av partikler i en væske der kollisjoner mellom partikler resulterer i en kaotisk oppførsel. Brownske bevegelser er beskrevet av en stokastisk prosess med kontinuerlig tid kalt Wiener-prosessen, dvs.  $\{W(t), t \geq 0\}$  er karakterisert ved:

- ▶  $W(0) = 0$
- ▶  $\{W(t)\}$  har uavhengige inkremitter

# Brownske bevegelser og Wiener-prosessen

Brownske bevegelser er tilfeldig bevegelse av partikler i en væske der kollisjoner mellom partikler resulterer i en kaotisk oppførsel. Brownske bevegelser er beskrevet av en stokastisk prosess med kontinuerlig tid kalt Wiener-prosessen, dvs.  $\{W(t), t \geq 0\}$  er karakterisert ved:

- ▶  $W(0) = 0$
- ▶  $\{W(t)\}$  har uavhengige inkrementer
- ▶  $\Delta W(s, t) = W(t) - W(s) \sim \mathcal{N}(0, t - s)$

# Brownske bevegelser og Wiener-prosessen

Brownske bevegelser er tilfeldig bevegelse av partikler i en væske der kollisjoner mellom partikler resulterer i en kaotisk oppførsel. Brownske bevegelser er beskrevet av en stokastisk prosess med kontinuerlig tid kalt Wiener-prosessen, dvs.  $\{W(t), t \geq 0\}$  er karakterisert ved:

- ▶  $W(0) = 0$
- ▶  $\{W(t)\}$  har uavhengige inkremitter
- ▶  $\Delta W(s, t) = W(t) - W(s) \sim \mathcal{N}(0, t - s)$

hvor  $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$  betegner normalfordelingen med forventning  $\mu$  og varians  $\sigma^2$

Se Wikipedia

# Wiener-prosessen

Wiener-prosessen ovenfor svinger rundt 0, og en relatert stokastisk prosess er definert ved:

$$Y(t) = \mu t + \sigma W(t)$$

# Wiener-prosessen

Wiener-prosessen ovenfor svinger rundt 0, og en relatert stokastisk prosess er definert ved:

$$Y(t) = \mu t + \sigma W(t)$$

Denne prosessen,  $\{Y(t), t \geq 0\}$ , betegnes en Wiener-prosess med drift  $\mu$  og infinitesimal varians  $\sigma^2$ . For Wiener-prosessen med drift har vi:

# Wiener-prosessen

Wiener-prosessen ovenfor svinger rundt 0, og en relatert stokastisk prosess er definert ved:

$$Y(t) = \mu t + \sigma W(t)$$

Denne prosessen,  $\{Y(t), t \geq 0\}$ , betegnes en Wiener-prosess med drift  $\mu$  og infinitesimal varians  $\sigma^2$ . For Wiener-prosessen med drift har vi:

$$\Delta Y(s, t) = Y(t) - Y(s) \sim \mathcal{N}(\mu(t-s), \sigma^2(t-s))$$

Økonomene betegner ofte  $\sigma$  som volatilitet, se <https://no.wikipedia.org/wiki/Volatilitet>.

# Wiener-prosessen og tid-til-svikt

- ▶ La  $\{Y(t)\}$  være en stokastisk prosess som beskriver tilstanden (degraderingen) til en komponent

# Wiener-prosessen og tid-til-svikt

- ▶ La  $\{Y(t)\}$  være en stokastisk prosess som beskriver tilstanden (degraderingen) til en komponent
- ▶ Anta at komponenten sivkter første gang  $Y(t) > L$

# Wiener-prosessen og tid-til-svikt

- ▶ La  $\{Y(t)\}$  være en stokastisk prosess som beskriver tilstanden (degraderingen) til en komponent
- ▶ Anta at komponenten sivkter første gang  $Y(t) > L$
- ▶ La  $T$  betegne tid-til-svikt for komponenten

# Wiener-prosessen og tid-til-svikt

- ▶ La  $\{Y(t)\}$  være en stokastisk prosess som beskriver tilstanden (degraderingen) til en komponent
- ▶ Anta at komponenten sivkter første gang  $Y(t) > L$
- ▶ La  $T$  betegne tid-til-svikt for komponenten
- ▶ Det kan vises at  $T$ , dvs. tid til første passering av sviktgrensen,  $L$ , er invers-Gauss fordelt:

## Wiener-prosessen og tid-til-svikt

$$f_T(t; \alpha; \beta) = \sqrt{\frac{\beta}{2\pi t^3}} \exp\left(-\frac{\beta(t-\alpha)^2}{2\alpha^2 t}\right) \quad (4)$$

og

$$F_T(t; \alpha; \beta) = \Phi\left(\frac{\sqrt{\beta}}{\alpha}\sqrt{t} - \sqrt{\beta}\frac{1}{\sqrt{t}}\right) + \Phi\left(-\frac{\sqrt{\beta}}{\alpha}\sqrt{t} - \sqrt{\lambda}\frac{1}{\sqrt{t}}\right) e^{2\beta/\alpha} \quad (5)$$

## Wiener-prosessen og tid-til-svikt

$$f_T(t; \alpha; \beta) = \sqrt{\frac{\beta}{2\pi t^3}} \exp\left(-\frac{\beta(t-\alpha)^2}{2\alpha^2 t}\right) \quad (4)$$

og

$$F_T(t; \alpha; \beta) = \Phi\left(\frac{\sqrt{\beta}}{\alpha}\sqrt{t} - \sqrt{\beta}\frac{1}{\sqrt{t}}\right) + \Phi\left(-\frac{\sqrt{\beta}}{\alpha}\sqrt{t} - \sqrt{\lambda}\frac{1}{\sqrt{t}}\right) e^{2\beta/\alpha} \quad (5)$$

og

$$E(T) = \alpha$$

$$\text{Var}(T) = \alpha^3/\beta$$

hvor  $\alpha = L/\mu$  og  $\beta = L^2/\sigma^2$

## Wiener-prosessen og tid-til-svikt

$$f_T(t; \alpha; \beta) = \sqrt{\frac{\beta}{2\pi t^3}} \exp\left(-\frac{\beta(t-\alpha)^2}{2\alpha^2 t}\right) \quad (4)$$

og

$$F_T(t; \alpha; \beta) = \Phi\left(\frac{\sqrt{\beta}}{\alpha}\sqrt{t} - \sqrt{\beta}\frac{1}{\sqrt{t}}\right) + \Phi\left(-\frac{\sqrt{\beta}}{\alpha}\sqrt{t} - \sqrt{\lambda}\frac{1}{\sqrt{t}}\right) e^{2\beta/\alpha} \quad (5)$$

og

$$E(T) = \alpha$$

$$\text{Var}(T) = \alpha^3/\beta$$

hvor  $\alpha = L/\mu$  og  $\beta = L^2/\sigma^2$ . Skrevet ved hjelp av opprinnelige parametere har vi  $E(T) = L/\mu$  og  $\text{Var}(T) = L\sigma^2/\mu^3$ .

# Wiener-prosessen og vedlikeholdsstrategi

- ▶ Anta vi kan observere degraderingsprosessen kontinuerlig (“on-line tilstandskontroll”)

# Wiener-prosessen og vedlikeholdsstrategi

- ▶ Anta vi kan observere degraderingsprosessen kontinuerlig (“on-line tilstandskontroll”)
- ▶ Når degraderingen nærmer seg sviktgrensen,  $L$ , utstedes en arbeidsordre for fornyelse (ny komponent)

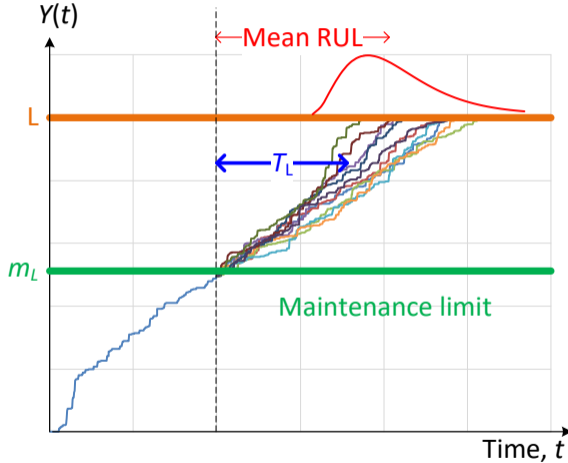
# Wiener-prosessen og vedlikeholdsstrategi

- ▶ Anta vi kan observere degraderingsprosessen kontinuerlig (“on-line tilstandskontroll”)
- ▶ Når degraderingen nærmer seg sviktgrensen,  $L$ , utstedes en arbeidsordre for fornyelse (ny komponent)
- ▶ Anta nå en deterministisk (fast) ledetid, dvs.  $T_L$

# Wiener-prosessen og vedlikeholdsstrategi

- ▶ Anta vi kan observere degraderingsprosessen kontinuerlig (“on-line tilstandskontroll”)
- ▶ Når degraderingen nærmer seg sviktgrensen,  $L$ , utstedes en arbeidsordre for fornyelse (ny komponent)
- ▶ Anta nå en deterministisk (fast) ledetid, dvs.  $T_L$
- ▶ Målet nå er å bestemme en vedlikeholdsgrense  $m_L$

# Wiener-prosess med vedlikeholds- og sviktgrenser



# Wiener-prosessen og vedlikeholdsstrategi

Kostnadsligning som skal minimeres:

$$C(m_L) = \frac{c_R + c_F F(T_L | m_L) + c_U \int_0^{T_L} f(t | m_L) (T_L - t) dt}{MTBR(m_L)}$$

hvor

- ▶  $c_R$  = kostnad for fornyelse
- ▶  $c_F = c_{CM} + c_T$  = sviktkostnad (tilleggs-kostnad for korrigerende vedlikehold (CM) og sviktkostnad (T=Trip))
- ▶  $c_U$  = kostnad per time nedetid
- ▶  $F()$  and  $f()$  er CDF og PDF for gjenværende levetid når tilstanden er lik vedlikeholdsgrensen  $m_L$
- ▶  $MTBR(m_L) = m_L / \mu + T_L$  = Mean Time Between Renewals = Midlere tid mellom fornyelser

▶ Vis løsning i Excel (Average)



## Python-kode

- ▶ Modellen er også programmert i Python
- ▶ Det er laget et statistikkbibliotek, statLib.py
- ▶ Her finnes PDF og CDF for invers-Gaussfordelingen
- ▶ Vi bruker numerisk integrasjon for å løse  $\int_0^{T_L} f(t|m_L)(T_L - t)dt$ , hvor  $f(t|m_L)$  er PDF for invers-Gaussfordelingen, og hvor parameterne da blir en funksjon av  $m_L$
- ▶ Parameterne er gitt ved

$$\alpha_m = (L - m_L)/\mu$$

$$\beta_m = (L - m_L)^2/\sigma^2$$

▶ Python-kode

# Data fra RAMS-labben

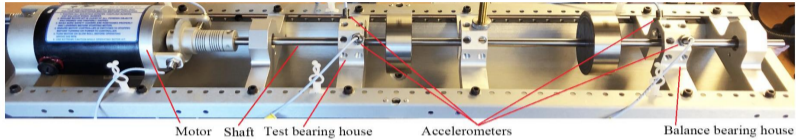


Fig. 1. Overview of the experimental setup

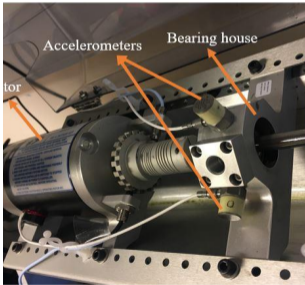


Fig. 2. Accelerometers, bearing house and motor

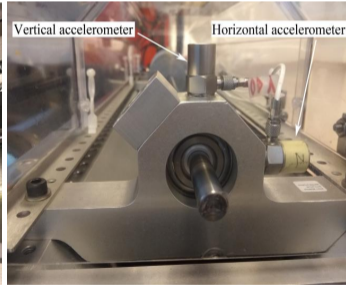


Fig. 3. Accelerometers

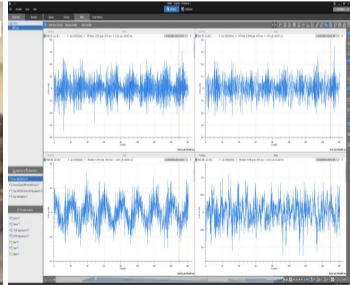


Fig. 4. System working page

# Data fra RAMS-labben - Rådata

Bearing 1

Bearing 2

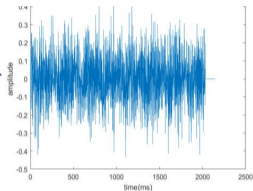
Bearing 3

...

Bearing 8

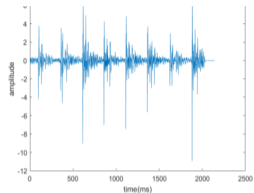
Bearing 9

Bearing 10

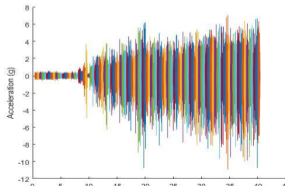


The first sample (healthy bearing)

...



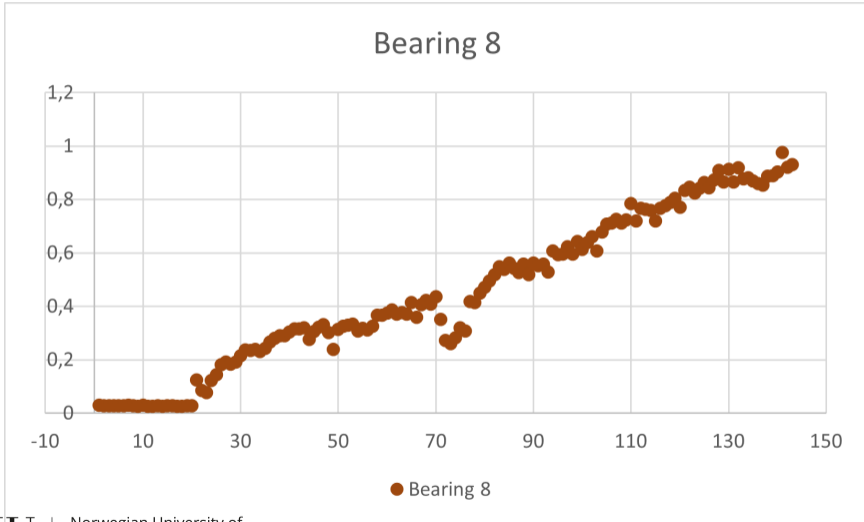
The last sample (failed bearing)



## Rådata til “Wiener-data”

- ▶ Vibrasjonsdata er vanskelig å benytte direkte for prognose
- ▶ Vi kan ekstrahere data ved ulike teknikker:
  - ▶ Tids-område egenskaper, f.eks. Root Mean Square (RMS)
  - ▶ Tids-frekvens representasjon, f.eks. Short-time Fourier Transform (STFT)
  - ▶ Frekvens-område egenskaper, f.eks. spektral entropi

# Eksempel - Ekstraherte RMS data



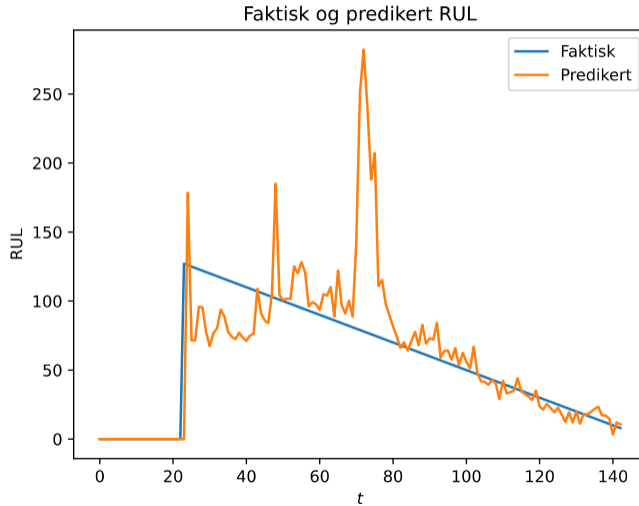
# Estimering

- ▶ Figuren viser at man i starten ikke har degradering
- ▶ Etter litt over 20 observasjoner, ser vi i plottet at degraderingen øker
- ▶ Vi bruker beregnede RMS-verdier direkte som helseindikator
- ▶ Vi kjører en algoritme hvor vi først ser etter tidlig-deteksjon
- ▶ Deretter, beregner vi inkrementene mellom hver observasjon
- ▶ Inkrementene er Normalfordelte under Wiener-forutsetningen vi legger til grunn
- ▶ Inkrementene benyttes derfor til å estimere  $\mu$  og  $\sigma$  etter hvert som vi får nye observasjoner
- ▶ Vi kan til en hver tid predikere RUL
- ▶ Her antar vi at vi kjenner sviktgrensen, selv om det i realiteten er usikkerhet her...

▶ [Åpne Python filer for estimering](#)



# Faktisk og predikert RUL-verdier



# Estimering

- ▶ Når vi ser på RMS-dataene, ser vi et “dropp” i verdiene rundt omtrent 70 observasjoner
- ▶ Når parametrene i Wiener-prosessen estimeres, vil vi da få en betydelig reduksjon i  $\mu$ -verdien (drift), som leder til at vi predikerer forholdsvis lang RUL, slik plottet viser

# Estimering

- ▶ Når vi ser på RMS-dataene, ser vi et “dropp” i verdiene rundt omtrent 70 observasjoner
- ▶ Når parametrene i Wiener-prosessen estimeres, vil vi da få en betydelig reduksjon i  $\mu$ -verdien (drift), som leder til at vi predikerer forholdsvis lang RUL, slik plottet viser
- ▶ I Python-fila er også variansen, og dermed  $\sigma$  estimert
- ▶ Dette kan benyttes til å anslå en konservativ prediksjon, f.eks. en verdi som er slik at det kun er 5% sjanse for at faktisk RUL er lavere enn denne verdien
- ▶ I en vedlikeholds-sammenheng vil dette være naturlig, evt. at vi bruker optimaliseringsmodellen vist tidligere

Thank you for your attention

