

Introduksjon til pålitelighetsanalyse

Jørn Vatn

NTNU

jorn.vatn@ntnu.no

Trondheim – Gjøvik – Ålesund



1

Pålitelighet av hva?

- Komponent- og systempålitelighet
 - Fokus i denne presentasjonen
 - Terminologi
 - Metoder og modeller
- Strukturpålitelighet
 - Last-styrke modeller
- Menneskelig pålitelighet
- Programvarepålitelighet

2



2

Pålitelighet (Reliability)

- En enhets evne til å utføre en påkrevd funksjon, under gitte miljø- og operasjonelle betingelser for en gitt tidsperiode
- Merk: man benytter også ordet
 - Driftssikkerhet (= Dependability) = Evnen (egenskapen) til et system til å utføre sin tiltenkte funksjon over en gitt tidsperiode, under gitte forhold uten prestasjonsnedsetting pga feil/svikt og vedlikehold

3

 NTNU

3

Hvordan kvantifisere pålitelighet?

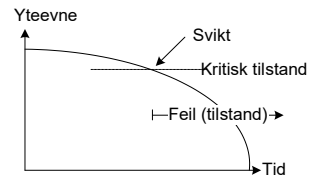
- Midlere tid til feil (MTTF)
- Antall feil per tidsenhet (feilrate)
- Sannsynligheten for at en enhet ikke svikter i et gitt tidsintervall $(0, t]$ (overlevelsessannsynlighet)
- Sannsynligheten for at enheten kan utføre tiltenkt funksjon ved tid t (tilgjengelighet)

4

 NTNU

4

Feil og feilklassifisering



- Merk forskjell på engelsk og norsk
 - Failure = Svikt (dvs tidspunkt/hendelse)
 - Fault = feil(tilstand)
- Svikt = Opphør av mulighet til å utføre krevd funksjon
- Sviktmodus = Måten en enhet mister evnen til å oppfylle krevd funksjon på (sett utenfra)
 - Ofte benyttes begrepet 'feilmode', selv om 'sviktmodus' er mer presist

5

5

Kommentarer til feilmodebegrepet

- Dersom man er eksplisitt på funksjons-angivelse kan man ha få sviktmodi, i motsatt fall har man ofte flere sviktmodi
- En del fremstillinger, typisk i RCM, benytter begrepet (teknisk) feilmode om det vi her vil kalle feilårsak

6

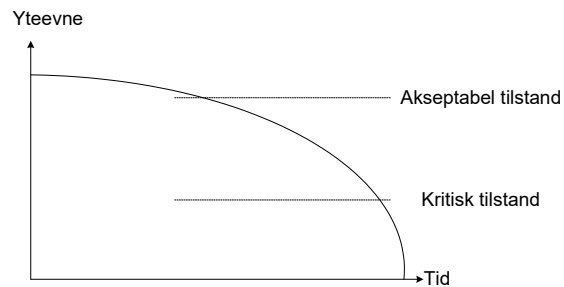
6

Klassifisering av svikt

- Plutselig ↔ gradvis svikt
 - "Plutselig" relateres oftest til virker/virker ikke
 - "Gradvis" relateres ofte til enheter som har en ytelse, eller enheter som har "målefunksjon"

- Øving 1

- Gi eksempler på "Plutselig"
- Gi eksempler på "Gradvis"

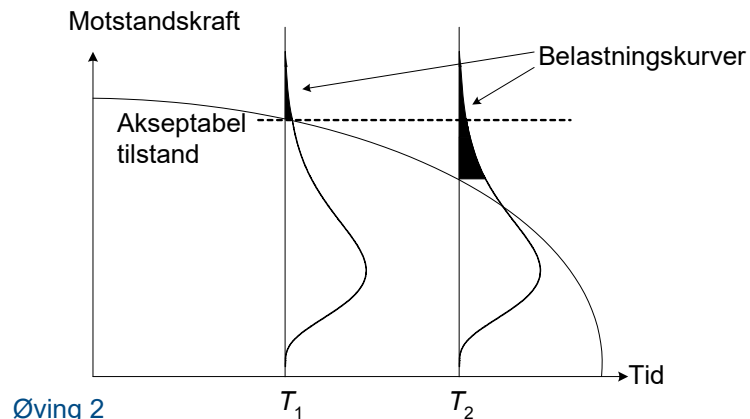


7

NTNU

7

Gradvis svekket ytelse, tilfeldig belastning



Øving 2

Finn eksempler på gradvis svekket ytelse og tilfeldig belastning

NTNU

8

Klassifisering, forts.

- Skjult ↔ åpenbar feil
 - "Skjult" relateres ofte til enheter som ikke etterspørres kontinuerlig
 - Åpenbar relateres enheter som etterspørres kontinuerlig, og svikt blir avdekket umiddelbart
- Øving 3
 - Gi eksempler på "Skjult" funksjon
 - Gi eksempler på "Åpenbar" funksjon

9

9

Mer om skjult ↔ åpenbar feil

- Noen funksjoner er ikke åpenbar hele tiden, men kan verifiseres f eks ved oppstart (håndbrems på en bil) → åpenbar ved "uttak/oppstart"
- Noen funksjoner er skjult, men feil i funksjonen kan avdekkes ved f eks "selvtest", typisk for detektorsystemer
 - "Partial stroke test" er en test som avdekker noen feilårsaker, f eks ved å bevege på en ventil kan man avdekke om ventilen har "hengt seg opp", men man kan ikke finne ut om den vil holde tett i lukket posisjon
- Noen funksjonsfeil vil først bli åpenbar etter en stund
 - Svikt i en pumpe som skal holde trykket oppe i en oljetrykktank
 - Et filter som går tett vil gi systemeffekter etter en stund
- Noen funksjoner på komponentnivå er skjult, mens de på systemnivå er åpenbar
 - F eks dersom vi trenger 3-ut-av-4 bolter for å holde en struktur oppe
 - Det er åpenbart når strukturen faller ned, men det er ikke åpenbart om en bolt løsner.

10

10

Klassifisering, forts.

- Fysiske ↔ funksjonelle svikt (feil)
 - Fysiske feil kan elimineres ved reparasjon, evt skifte av fysisk enhet
 - Naturlig aldring (innenfor design område)
 - Eksternt påtrykk
 - Funksjonelle feil relateres til feil design, feil plassering, feil bruk, osv. Skifte av enhet vil ikke løse problemet

11

 NTNU

11

Sviktmekanismer og årsaker

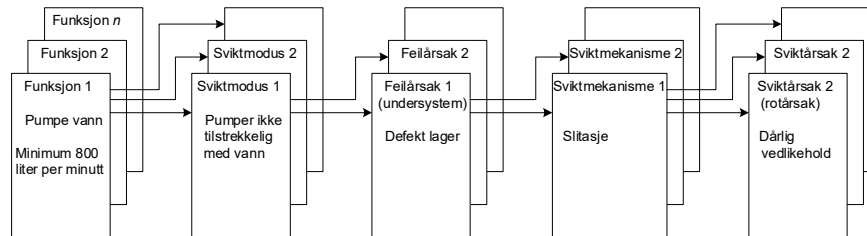
- Sviktmekanismer relaterer seg til fysiske, kjemiske eller andre prosesser som forringer enheten, og leder til svikt
- Sviktårsak benyttes på to måter
 - Svikt på et lavere nivå, f eks defekt lager i ei pumpe
 - Rotårsak, f eks dårlig vedlikehold, uhensiktsmessig design osv
- Merk at man ofte ser begrepene 'feilmekanismer' og 'feilårsaker' benyttet, selv om det er mer presist å bruke begrepene 'sviktmekanisme' og 'sviktårsak'

12

 NTNU

12

Sammenheng mellom funksjon, sviktmodus, sviktårsak og sviktmekanisme



Øving 4

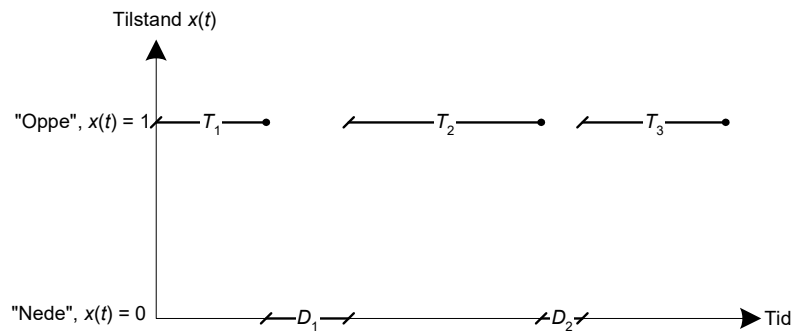
Gi eksempler på en slik fremstilling for et system du kjenner godt

Sviktmodeller

- Binær-representasjon
 - enheten er enten i stand til å utføre tiltenkt funksjon (virker), eller feiler i å utføre tiltenkt funksjon (feiltilstand). Tilstanden til en enhet kan da beskrives som en tilstandsvariabel $x(t)$

$$x(t) = \begin{cases} 1 & \text{om enheten er funksjonsdyktig ved tidspunkt } t \\ 0 & \text{om enheten er i feiltilstand ved tidspunkt } t \end{cases}$$

Tidsperspektiv



15

NTNU

15

Notasjon

- "Oppetidene" angitt ved T_1 , T_2 og T_3
- "Nedetidene" er angitt ved D_1 og D_2
- Oppe- og nedetidene er stokastiske (tilfeldige)
- Tilstandsvariabelen, $x(t)$ er også stokastisk, vi skriver $X(t)$
- Ofte antar vi
 - Oppetidene er uavhengige og identisk fordelt
 - Nedetidene er uavhengige og identisk fordelt
 - Oppetider og nedetider er uavhengig av hverandre

16

NTNU

16

Forhold som påvirker oppetidene:

- Innebygd komponentpålitelighet
- Forebyggende vedlikehold (smøring, rengjøring, utskifting av deler, inspeksjon)
- Driftsbetingelser
- Eksternt påtrykk
- Menneskelig interaksjon (feil eller skader introdusert under vedlikehold, feil bruk osv)
- mm

17



17

Forhold som påvirker nedetidene:

- Reservedelshold og logistikk
- Tilgjengelige vedlikeholdsressurser, beredskap
- Vedlikeholdskompetanse
- Intervall for funksjonstesting
- mm

18



18

Sannsynlighetsregning - grunnlag

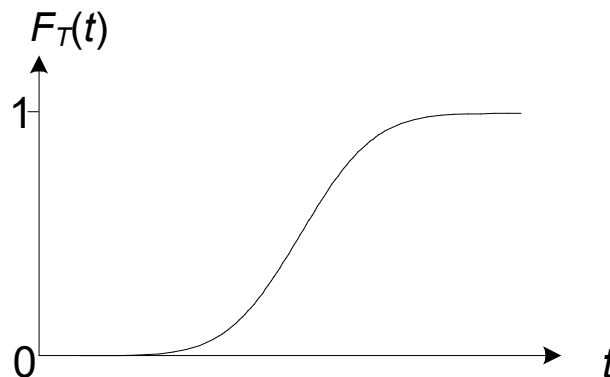
- Hendelse = Noe som kan hende, evt ikke hende
- Sannsynlighet er et mål som avbilder hendelser ned på tall-linja fra 0 til 1
- Vi skriver $\Pr(A)$ for å uttrykke sannsynligheten for at hendelsen A inntreffer
 - Eks: $\Pr(\text{"6-er"}) = 1/6$ (fair terning, ett kast)
- Stokastiske variable, eller tilfeldige størrelser kan ta ulike *verdier*
- Fordelingsfunksjon, og sannsynlighetstetthet beskriver stokastiske variable
 - I det følgende lar vi T være tid til svikt for en enhet

19

NTNU

19

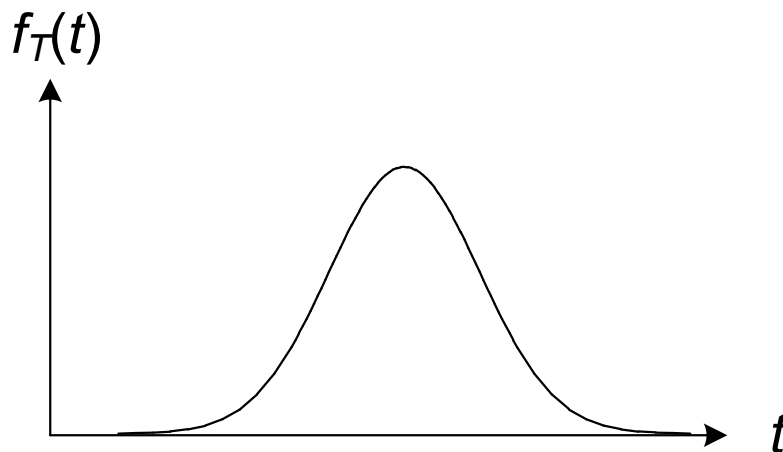
Fordelingsfunksjon: $F_T(t) = \Pr(T \leq t)$



NTNU

20

Sannsynlighetstetthet: $f_T(t) = \frac{d}{dt} F_T(t)$

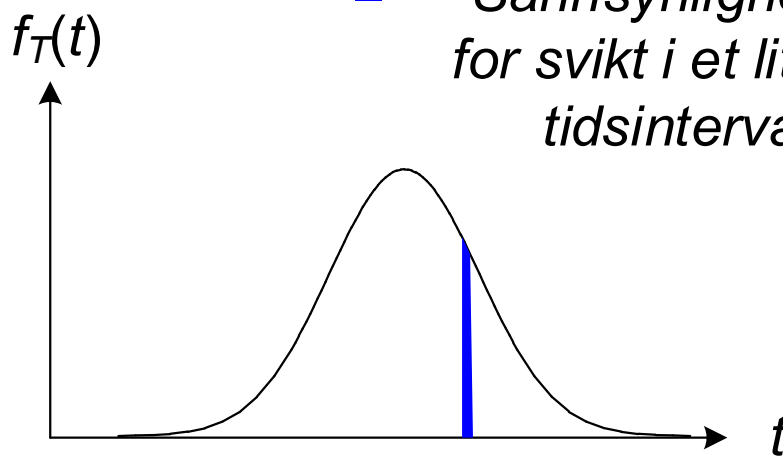


NTNU

21

Sannsynlighetstetthet: $f_T(t) = \frac{d}{dt} F_T(t)$

■ = Sannsynlighet
for svikt i et lite
tidsintervall



NTNU

22

Tid til svikt

- Hva kan vi si om T_1 (og de andre t-ene)?
- Benytter generell T om tid til svikt
 - Fordelingsfunksjon, $F_T(t) = F(t) = \Pr(T \leq t)$
 - Overlevelsessannsynligheten, $R(t) = \Pr(T > t) = 1 - F(t)$
 - Sviktintensitet, $z(t)$
 - Midlere tid til feil (svikt), $MTTF = E(T)$, «E = Expectation»

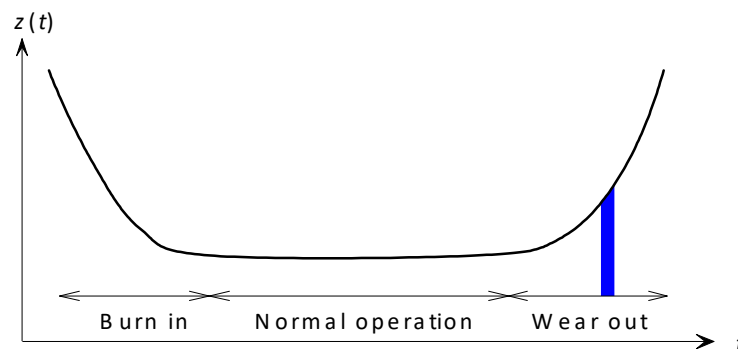
23

NTNU

23

Sviktintensitet, $z(t)$

- $z(t) \cdot \Delta t \approx \Pr(t < T \leq t + \Delta t \mid T > t)$ = Sannsynligheten for svikt i intervallet $(t, t + \Delta t]$ gitt enheten har overlevd tid t
- Et annet begrep for sviktintensitet er badekarskurven



24

NTNU

24

Utilgjengelighet

- Når enheten betraktes som en serie av oppe- og nedetider kan man beregne utilgjengeligheten = $\Pr(\text{enheten er nede})$
- $U = \frac{\text{MDT}}{\text{MTTF} + \text{MDT}}$
- MDT = Mean Down Time (Midlere nedetid)
- Hvor $\text{MTTF} = 1/\lambda$ (λ = feilrate)
- Øving 5
 - Finn U for en enhet som svikter en gang i året, og det tar 10 timer å reparere den
 - Hva om den svikter hvert andre år i snitt?

PFD = Probability of Failure on Demand

- Betrakt en (passiv) komponent som funksjonstestes med intervall av lengde τ
- Anta at enheten har konstant feilrate $\lambda = 1/\text{MTTF}$
- Dersom reparasjonstiden er kort i forhold til τ får vi:
- $U = \frac{\text{MDT}}{\text{MTTF} + \text{MDT}} = \frac{\tau/2}{\text{MTTF} + \tau/2} \approx \frac{\lambda\tau}{2} = \text{PFD}$
- Hvor PFD = Probability of Failure on Demand
- Øving 6
 - En enhet med skjult funksjon har konstant feilrate $\lambda = 0.3$ per år. Hvor ofte må vi teste denne enheten for at $\text{PFD} < 1\%$?
 - Dvs, finn τ

Utdyping og begreper i NS/EN 13306

- NS/EN 13306 skiller mellom
 - DT = Down Time = nedetid, dvs tiden en enhet er nede enten det skyldes svikt eller andre forhold, f eks FV
 - TTR = Time to Restoration = tid til gjenoppretting etter svikt
- For å tydeliggjøre at vi snakker om tid etter en svikt, brukes derfor i NS/EN 13306, MTTR = Mean Time To Restoration, i stedet for MDT
- Videre kan MTTR brytes ned i $MTTR = MLD + MRT$
 - MLD = Mean Logistic Delay = ventetid for vedlikeholdsressurser
 - MRT = Mean Repair Time = aktiv tid for å gjennomføre reparasjonen
- MTBF = MTTR + MTTF = Mean Time Between Failures, dvs tiden mellom svikt når vi ikke skiller mellom oppetid og nedetid

27



27

Klasser av levetidsfordelinger

- Ulike parametriske modeller benyttes til å beskrive levetidsfordelinger (tid til svikt)
- Valg av klasse er i regelen et avveining mellom en enkel modell, og en realistisk modell
- De mest brukte i denne sammenheng er:
 - Eksponensialfordelingen
 - Weibullfordelingen

28



28

Eksponensialfordelingen

- Eksponensialfordelingen er karakterisert ved:
 - $R(t) = e^{-\lambda t}$
 - $MTTF = 1/\lambda$
 - $z(t) = \lambda = \text{konstant, dvs uavhengig av alder}$
- Dvs en brukt enhet er stokastisk sett like god som en ny enhet, ingen grunn til å skifte en enhet som virker (hvis modellen er riktig)

29

NTNU

29

Weibull-fordeling

- Weibull-fordelingen er karakterisert ved
 - $R(t) = e^{-(\lambda t)^\alpha}$
 - $MTTF = \Gamma\left(\frac{1}{\alpha} + 1\right) / \lambda$
 - $z(t) = \alpha \lambda (\lambda t)^{\alpha-1} \propto t^{\alpha-1}$
- Sviktintensiteten er
 - økende for $\alpha > 1$ (IFR=increasing failure rate)
 - avtagende for $\alpha < 1$ (DFR=decreasing failure rate)
 - Konstant for $\alpha = 1$
- For enheter med økende sviktintensitet vil effektiv feilrate reduseres ved periodisk skifte av enheten
- $\Gamma()$ er gammafunksjonen, finnes f eks i Excel ved = Gamma(1,33)=0,893

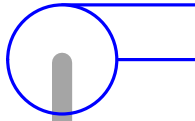
30

NTNU

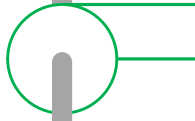
30

Fra komponent til system

P1 = Pumpe 1



P2 = Pumpe 2



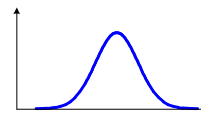
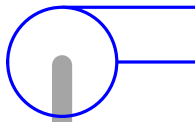
M = Motor



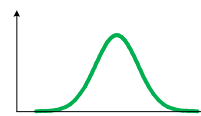
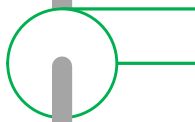
31

Fra komponent til system

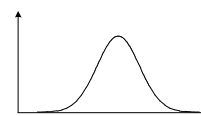
P1 = Pumpe 1



P2 = Pumpe 2

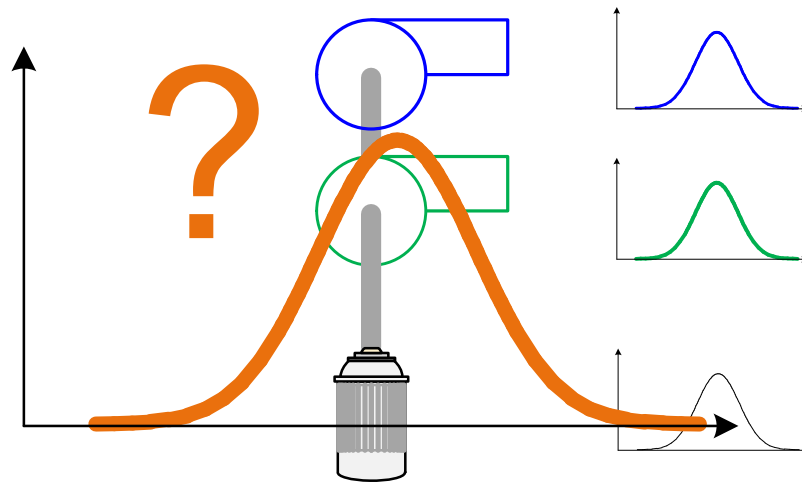


M = Motor



32

Fra komponent til system



33

Strukturfunksjon og pålitelighetsblokkdiagram

- For komponenter har vi

$$x(t) = \begin{cases} 1 & \text{om komponenten er funksjonsdyktig ved tidspunkt } t \\ 0 & \text{om komponenten er i feiltilstand ved tidspunkt } t \end{cases}$$

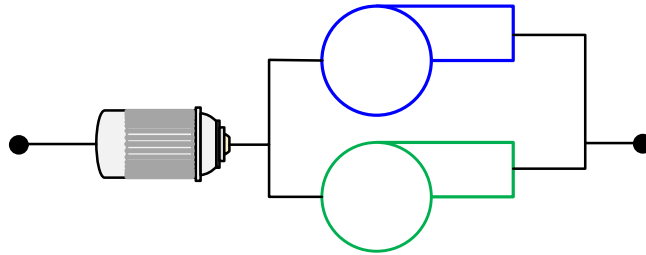
- For systemer kan vi tilsvarende sette

$$\phi(\mathbf{x}, t) = \begin{cases} 1 & \text{om systemet er funksjonsdyktig ved tidspunkt } t \\ 0 & \text{om systemet er i feiltilstand ved tidspunkt } t \end{cases}$$

- ϕ betegnes strukturfunksjonen, og avhenger av x 'ene
- Ofte trenger vi ikke fokusere på tidsaksen, og dropper t 'en i uttrykkene

34

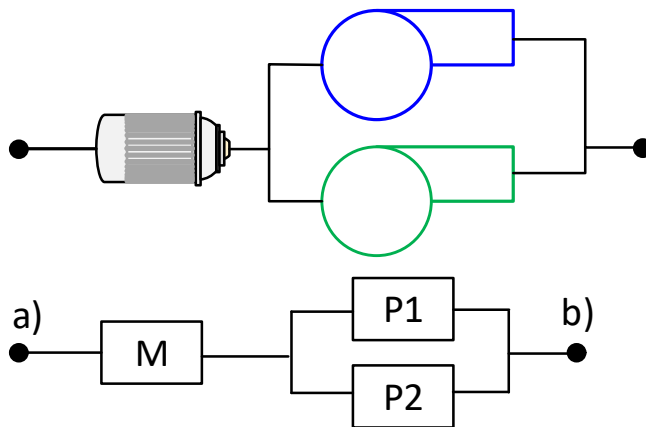
Pumpe/motor eksempel



NTNU

35

Pumpe/motor eksempel



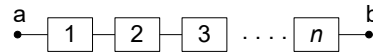
NTNU

36

Strukturfunksjon for noen enkle strukturer

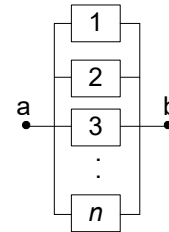
- For en seriestructur gjelder

$$\phi(\mathbf{x}) = x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_i \cdot \dots \cdot x_n$$



- For en parallelstruktur (redundans) gjelder

$$\phi(\mathbf{x}) = 1 - (1 - x_1)(1 - x_2) \dots (1 - x_i) \dots (1 - x_n)$$



- Dersom $n = 2$:

$$\phi(\mathbf{x}) = 1 - (1 - x_1)(1 - x_2) = \dots = x_1 + x_2 - x_1 \cdot x_2$$

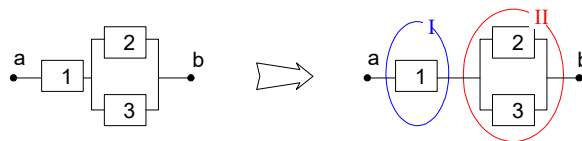
- For strukturer som er sammensatt av serie og parallelstrukturer kan formlene ovenfor settes sammen

37

NTNU

37

Eksempel



$$\phi(x) = \phi_I \times \phi_{II} \text{ fordi I og II er i serie}$$

$$\phi_I = x_1$$

$$\phi_{II} = 1 - (1 - x_2)(1 - x_3) \text{ fordi 2 og 3 er i parallell}$$

$$\text{Dvs } \phi(x) = x_1(1 - (1 - x_2)(1 - x_3)) = x_1x_2 + x_1x_3 - x_1x_2x_3$$

38

NTNU

Nytte av strukturefunksjonen

- Dersom vi kjenner strukturefunksjonen (matematisk), og vi kjenner verdien på x -ene (komponenttilstandene), kan vi avgjøre om systemet fungerer ved å "sette inn" x -verdier.
- Dersom vi kjenner strukturefunksjonen, og vi kjenner komponentpålitelighetene ($p = 1 - U$) kan vi sette inn p 'er på plassen til x 'ene for å få systempåliteligheten (notasjon: $h(p)$)
 - Komponentene må være uavhengige
 - Helst bør vi "gange" ut strukturefunksjonen først
 - Metoden er "trygg" dersom vi ikke har "repeterende" hendelser i strukturen
 - Dersom vi har repeterende hendelser i strukturen bør vi gange ut strukturefunksjonen, og stryke alle eksponenter i uttrykket, f eks $x^2 \rightarrow x$

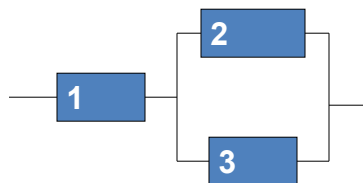
39

NTNU

39

Øving 9

- Betrakt følgende system



- Finn strukturefunksjonen til systemet

40

NTNU

40

Øving 10

- Finn systempåliteligheten til systemet
- Dersom du bare har råd til å vedlikeholde en enhet, hvilken velger du?

Komp	MTTF	MDT
1	1000	2
2	100	3
3	100	4

41

NTNU

41

Svar – Øving 9 og 10

Strukturfunksjon $\phi(x) = x_1x_2 + x_1x_3 - x_1x_2x_3$

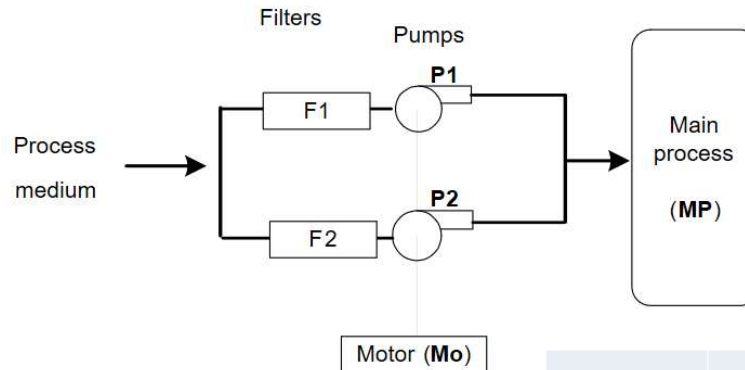
Systempålitelighet $h(p) = p_1p_2 + p_1p_3 - p_1p_2p_3 = 0.996886$

42

NTNU

42

Avansert øvingsoppgave



Finn systempåliteligheten til systemet

Komponent	MTTF	MDT
P1 /P2	1460	16
F1 /F2	1460	4
Mo	17520	24
MP	26280	48

43

Hvordan kvantifisere pålitelighet = Evne til å utføre krevd funksjon?

- Midlere tid til feil (MTTF)
- Antall feil per tidsenhet (feilrate)
- Sannsynligheten for at en enhet ikke svikter i et gitt tidsintervall $(0, t]$ = Overlevelsessannsynlighet = $R(t)$
- Sannsynligheten for at enheten kan utføre tiltenkt funksjon ved tid t = A = Availability = Tilgjengelighet

44

44

Notasjon

- p = Pålitelighet = Reliability
- $q = 1 - p$ = Upålitelighet
- Vi kan måle på ulike måter
 - $p = A$ = Tilgjengelighet (Availability)
 - $p(t) = R(t)$ = Overlevelsessannsynlighet
 - $q = U$ = Utilgjengelighet
 - $q(t) = F(t)$ = Feilsannsynlighet (kumulativ fordelingsfunksjon)
- Vi har formler for A og U avhengig av situasjon (åpenbar/skjult funksjon)
- Vi plugges inn A og U for p og q i formelen for systempålitelighet i dette kurset

45



45

Repetisjon, systempålitelighet

- MTTF = Mean Time To Failure
 - $MTTF_E$ = Effektiv MTTF med vedlikehold
 - $MTTF_N$ = Naked MTTF, dvs MTTF uten vedlikehold
- MDT = Mean Down Time (fra svikt, til vi er "oppe" igjen)
 - Husk NS/EN 13306 skiller mellom MDT og MTTR
- $U = MDT / (MTTF_E + MDT)$ = Unavailability = utilgjengelighet
 - For enheter med skjult funksjon er $U = \lambda d / 2$
- $A = 1 - U = MTTF_E / (MTTF_E + MDT)$ = Availability = Tilgjengelighet
- $R(t)$ = Sannsynlighet for at en ny enhet overlever tiden t

46



46

Repetisjon, forts: Strukturfunksjon

- $X_i(t)$ = Tilstandsvariabel, 1 hvis OK, 0 ellers
- $p_i(t) = \Pr(X_i(t) = 1)$ = tidsavhengig pålitelighet
 - For reparerbare enheter vil tidsavhengigheten dempes bort
 - $p_i(t) = p_i = \frac{MTTF_E}{MTTF_E + MDT}$ ($= A$ = Tilgjengelighet)
 - For enheter som funksjonstestes har vi
 - $p_i = 1 - \frac{\lambda\tau}{2}$
- $q_i(t) = \Pr(X_i(t) = 0) = 1 - p_i(t)$
 - For reparerbare enheter vil tidsavhengigheten dempes bort
 - $q_i(t) = q_i = \frac{MDT}{MTTF_E + MDT} \approx \lambda MDT$ ($= U$ = Utilgjengelighet)
 - For enheter som funksjonstestes har vi
 - $q_i = \frac{\lambda\tau}{2}$

47



47

Repetisjon, forts: Strukturfunksjon

- For systemer:
- $\phi(\mathbf{x})$ = strukturfunksjonen, og avhenger av x'ene
- For seriestruktur: $\phi(\mathbf{x}) = x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n$
- For parallelstruktur: $\phi(\mathbf{x}) = 1 - (1 - x_1)(1 - x_2) \dots (1 - x_n)$
- Dersom bare 2 komponenter: $\phi(\mathbf{x}) = 1 - (1 - x_1)(1 - x_2) = x_1 + x_2 - x_1x_2$
- Vi kan sette sammen serie og parallell ved å lage moduler
- Vi kan sette inn p -er på plassene til x -ene for å finne systempåliteligheten:
- $p_S = h(\mathbf{p}) = \Pr(\phi(\mathbf{x}) = 1)$
- p -ene er «pålitelighet», og vi kan måle på ulike måter, i dette kurset måler vi pålitelighet ved bruk av tilgjengelighetsmålet $= A$

48



48

Trinn - pålitelighetsblokkdiagram

1. "Oversett" fysisk system til pålitelighetsblokkdiagram
2. Finn strukturefunksjonen, $\phi(\mathbf{x})$, som funksjon av x -ene ved å sette sammen resultat for serie- og parallelstruktur
3. Multipliser ut strukturefunksjonen (løse opp parenteser)
4. Stryk eksponenter dersom vi har potenser ($x^2 \rightarrow x$)
5. Finn p_i -ene ved formler for pålitelighet
6. Bytt ut x -ene med p -er i strukturefunksjonen for å finne systemtilgjengeligheten $p_S = h(\mathbf{p})$