

Repetisjonseksempel vist på WCM-samling 16. Januar 2024

Husk «oppskrift»:

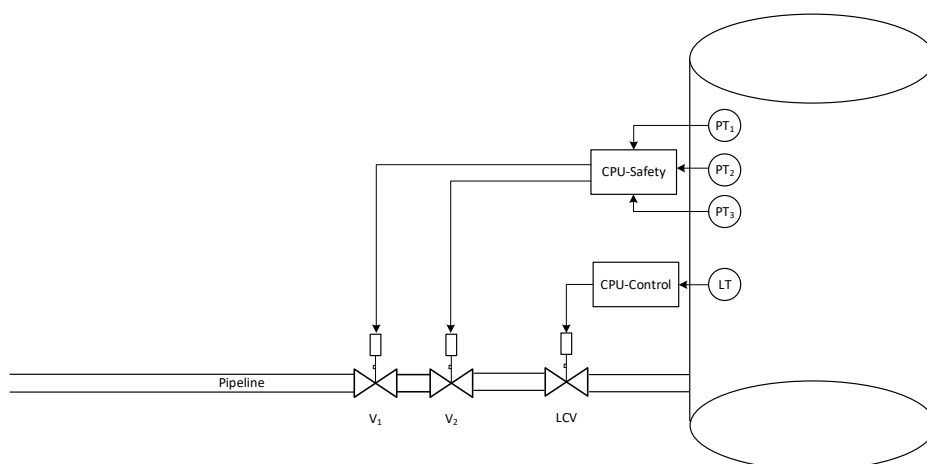
1. "Oversett" fysisk system til pålitelighetsblokkdiagram
2. Finn strukturefunksjonen, $\phi(x)$, som funksjon av x -ene ved å sette sammen resultat for serie- og parallellstrukturer
3. Multipliser ut strukturefunksjonen (løse opp parenteser)
4. Stryk eksponenter dersom vi har potenser ($x^2 \rightarrow x$)
5. Finn p_i -ene ved formler for pålitelighet
6. Bytt ut x -ene med p -er i strukturefunksjonen for å finne systemtilgjengeligheten $p_s = h(p)$

Vi betrakter en prosesstank med et reguleringsystem bestående av

1. LCV = Reguleringsventil
2. CPU-Control = Datamaskin for å gi riktig posisjon til reguleringsventil
3. LT = Nivåtransmitter

Dersom reguleringsystemet svikter kan trykket i tanken øke, og et sikkerhetssystem er installert. Dette består av:

1. 3 trykktransmittere (PT) som er votert 2-ut-av-3, dvs minst to må gi signal om høyt trykk for at systemet skal stenge ned prosessen
2. CPU-Safety er datamaskin for sikkerhetssystemet, denne betegnes CPU i beregningene
3. 2 sikkerhetsventiler (V1 og V2) hvor det er nok at en av ventilene stenger i en kritisk situasjon.



Figur 1 prosesstank med regulerings- og sikkerhetssystem

Vi vil ikke modellere reguleringsystemet, men utføre en analyse for å finne påliteligheten til sikkerhetssystemet. Det er satt et krav til sikkerhetssystemet:

$$\text{PFD} \leq 10^{-3}$$

PFD står for «Probability of Failure on Demand» og er da sannsynligheten for at sikkerhetssystemet ikke stenger ned prosessen når dette er nødvendig. PFD kan også forstås som *utilgjengeligheten* til sikkerhetssystemet over tid.

For dette systemet har vi oppgitt følgende modellparametere:

$\lambda_{\text{PT}} = 10^{-5}$ = konstant sviktintensitet for trykktransmitteren

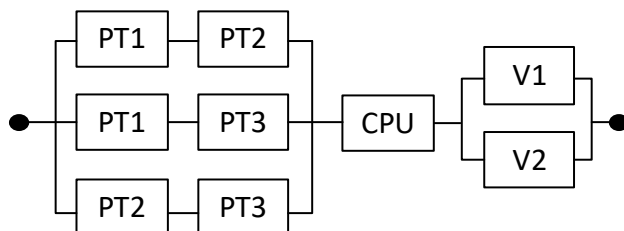
$\tau_{\text{PT}} = 3 \times 730 = 2\,190$ timer = testintervall for trykktransmitterne

$\lambda_{\text{V}} = 1,5 \times 10^{-5}$ = konstant sviktintensitet for ventilene

$\tau_{\text{V}} = 6 \times 730 = 4\,380$ timer = testintervall for ventilene

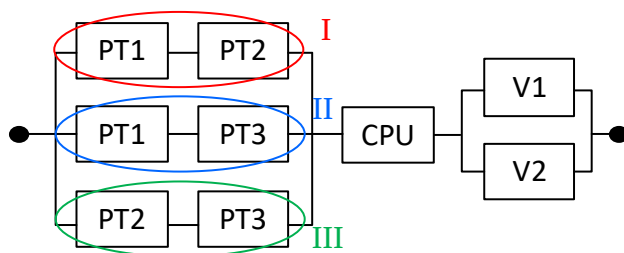
$q_{\text{CPU}} = 10^{-4}$ = Sannsynlighet for at datamaskinen ikke tolker signalet fra trykktransmitterne riktig

Pålitelighetsblokkdiagram



Figur 2 Pålitelighetsblokkdiagram

For å kunne identifisere rene «serier» og «paralleller» lager vi moduler, her romertall I, II og III:



Figur 3 Pålitelighetsblokkdiagram med moduler

Først slår vi sammen I og II, og bruker at for en parallell med to «bokser» er strukturefunksjonen gitt ved summen av hver boks, minus produktet av dem:

$$\phi_{I \text{ og } II} = \phi_I + \phi_{II} - \phi_I \phi_{II}$$

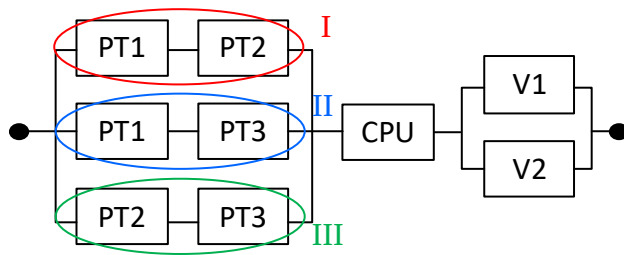
Så tar vi med modul III, og siden modul III er i parallell med "I og II", bruker vi igjen summen minus produktet:

$$\phi_{(I \text{ og } II) \text{ og } III} = \phi_I + \phi_{II} - \phi_I \phi_{II} + \phi_{III} - (\phi_I + \phi_{II} - \phi_I \phi_{II}) \phi_{III}$$

Vi multipliserer ut og sorterer leddene for å få det litt mer oversiktlig:

$$\phi_{(I \text{ og } II) \text{ og } III} = \phi_I + \phi_{II} - \phi_I \phi_{II} + \phi_{III} - \phi_I \phi_{III} - \phi_{II} \phi_{III} + \phi_I \phi_{II} \phi_{III}$$

Vi erstatter nå modulene med tilhørende PT'ere:



Figur 4 Modulene med tilhørende PT-ere

Siden hver modul består av PT-ere i serie, erstatter vi modulene med produktet av PT-ene i hver modul:

$$\begin{aligned} \phi_{(I \text{ og } II) \text{ og } III} = & x_{PT1} x_{PT2} + x_{PT1} x_{PT3} + x_{PT2} x_{PT3} - x_{PT1} x_{PT2} x_{PT1} x_{PT3} \\ & - x_{PT1} x_{PT2} x_{PT2} x_{PT3} - x_{PT1} x_{PT3} x_{PT2} x_{PT3} + x_{PT1} x_{PT2} x_{PT1} x_{PT3} x_{PT2} x_{PT3} \end{aligned}$$

Her skal vi stryke eksponentene. Vi har ikke skrevet ut dette som potenser, så å stryke eksponenter betyr at vi tar ut faktorer i produktene som kommer flere ganger, og får:

$$\begin{aligned} \phi_{(I \text{ og } II) \text{ og } III} = & x_{PT1} x_{PT2} + x_{PT1} x_{PT3} + x_{PT2} x_{PT3} - x_{PT1} x_{PT2} x_{PT3} - x_{PT1} x_{PT2} x_{PT1} \\ & - x_{PT1} x_{PT3} x_{PT2} + x_{PT1} x_{PT2} x_{PT3} \end{aligned}$$

Vi samler sammen like ledd og får til slutt:

$$\phi_{(I \text{ og } II) \text{ og } III} = x_{PT1} x_{PT2} + x_{PT1} x_{PT3} + x_{PT2} x_{PT3} - 2x_{PT1} x_{PT2} x_{PT3}$$

Vi må også ta med CPU'en og ventilene for å få med alt:

$$\phi(\mathbf{x}) = (x_{PT1}x_{PT2} + x_{PT1}x_{PT3} + x_{PT2}x_{PT3} - 2x_{PT1}x_{PT2}x_{PT3})x_{CPU}(x_{V1} + x_{V2} - x_{V1}x_{V2})$$

Her trenger vi IKKE å multiplisere ut parentesene fordi selv om vi gjorde det, ville vi ikke fått noen potenser i uttrykket, og da er det ikke nødvendig å multiplisere. Når vi er sikker på at det ikke er potenser, kan vi erstatte x -ene med p -ene, hvor p -ene representerer pålitelighet, som her måles ved tilgjengelighet:

$$P_S = h(\mathbf{p}) = (p_{PT1}p_{PT2} + p_{PT1}p_{PT3} + p_{PT2}p_{PT3} - 2p_{PT1}p_{PT2}p_{PT3})p_{CPU}(p_{V1} + p_{V2} - p_{V1}p_{V2})$$

Dersom alle PT-ene er like og ventilene er like, kan vi forenkle uttrykket:

$$P_S = h(\mathbf{p}) = (3p_{PT}^2 - 2p_{PT}^3)p_{CPU}(2p_V - p_V^2)$$

Nå må vi finne tallverdier, og da bruker vi formelen for en komponent som funksjonstestes:

$$q = \lambda\tau/2$$

Vi beregner dette for PT-ene og ventilene, og får:

Komp	lambda/q	tau	q	P
lambdaPT	1.00E-05	2 190	1.10E-02	9.89E-01
qCPU	1.00E-04		0.0001	1.00E+00
lambdaV	1.50E-05	4 380	3.29E-02	9.67E-01

hvor pålitelighet er en minus upålitelighet, dvs $p = 1 - q$. Beregningene er her utført i Excel, men vi kan enkelt gjøre dette med kalkulator.

Vi setter så inn i formelen (fortsatt Excel, men det går greit med kalkulator):

Størrelse	Verdi	Formel
P_S	0.99846432	=(3*p_PT^2-2*p_PT^3)*p_CPU*(2*p_V-p_V^2)
PFD	0.00153568	=1-P_S

Vi ser at PFD'en er for høy i forhold til kravet. For å finne ut hvor vi kan oppnå en reduksjon i PFD'en, lager vi en oversikt over bidrag for hver komponentgruppe:

Komponentgruppe	Pålitelighet	Upålitelighet	
PT-ene	0.99964292	3.57E-04	=(3*p_PT^2-2*p_PT^3)
CPU	0.9999	1.00E-04	=p_CPU
V-ene	0.99892088	1.08E-03	=(2*p_V-p_V^2)

Vi ser at det er ventilene som bidrar mest, og vi må derfor redusere testintervallet for disse. Det viser seg at vi må redusere intervallet fra 6 til 4 måneder for å nå PFD-kravet.